

n°46 p68

Soit I le milieu de [AB]. On connaît les formules

$$x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \quad y_I = \frac{y_A + y_B}{2}$$

donc $z_I = x_I + y_I i = \frac{x_A + x_B}{2} + \frac{y_A + y_B}{2} i$

$$= \frac{1}{2} \times (x_A + x_B + y_A i + y_B i)$$

$$= \frac{1}{2} \times (x_A + y_A i + x_B + y_B i)$$

$$= \frac{1}{2} (z_A + z_B) = \frac{z_A + z_B}{2}$$

Multiplions ceci :

$$z_I = \frac{1}{2} \times (z_A + z_B) = \frac{1}{2} \times \left(\frac{2}{3} - 5i + 3i - 3 \right)$$

$$= \frac{1}{2} \times \left(-\frac{7}{3} - 2i \right) = -\frac{7}{6} - 1i$$

n°47 p68

Tout d'abord $|1-2i| = \sqrt{1^2 + (-2)^2} = \sqrt{5}$

$$|5+3i| = \sqrt{5^2 + 3^2} = \sqrt{34}$$

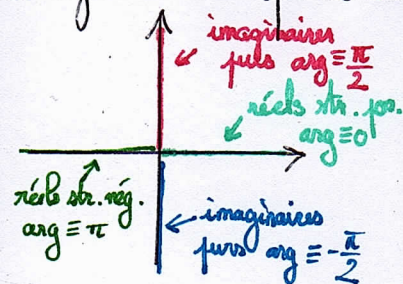
donc $|z| = |1-2i| \times |5+3i| = \sqrt{5} \times \sqrt{34} = \sqrt{170}$

Ensuite : $(1-2i) \times (5+3i) = 5 - 10i + 3i - 6i^2$
 $= 5 - 7i + 6 = 11 - 7i$

donc $|z| = |11-7i| = \sqrt{11^2 + 7^2} = \sqrt{170}$

n°48 p68

Quelques rappels : si z est un réel positif
 alors $\arg(z) \equiv 0 [2\pi]$; si z est un réel
 négatif alors $\arg(z) \equiv \pi [2\pi]$; et si z est un
 imaginaire pur alors $\arg(z) \equiv \pm \frac{\pi}{2} [2\pi]$ selon
 le signe de la partie imaginaire :



$$\arg(5) \equiv 0 [2\pi]$$

$$\arg\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \equiv \pi [2\pi]$$

$$\arg\left(\frac{5}{3}i\right) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$$

$$\arg\left(-\frac{1}{6}i\right) \equiv -\frac{\pi}{2} [2\pi]$$

n°56 p69

1) On calcule les affixes de $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$:

$$z_{\vec{AB}} = z_B - z_A = (2+i) - (3i-1) = -2i+3$$

$$z_{\vec{AC}} = z_C - z_A = (8-3i) - (3i-1) = 9-6i$$

On a A, B, C alignés $\Leftrightarrow \arg(\vec{AB}, \vec{AC}) \equiv \frac{0}{\pi} [2\pi]$

$$\Leftrightarrow \arg\left(\frac{z_{\vec{AC}}}{z_{\vec{AB}}}\right) \equiv \frac{0}{\pi} [2\pi] \Leftrightarrow \frac{z_{\vec{AC}}}{z_{\vec{AB}}} \in \mathbb{R}$$

Alors calculons :

$$\frac{z_{\vec{AC}}}{z_{\vec{AB}}} = \frac{9-6i}{3-2i} = \frac{(9-6i) \times (3+2i)}{(3-2i) \times (3+2i)}$$

$$= \frac{27 - 18i + 18i - 12i^2}{3^2 + 2^2} = \frac{39}{13} = 3$$

Donc A, B et C sont alignés

2) Puisque E est sur l'axe imaginaire son
 affixe est de la forme $z_E = \lambda i$ avec $\lambda \in \mathbb{R}$.
 On a alors

$$z_{\vec{DE}} = z_E - z_D = \lambda i - (3-i) = -3 + (\lambda-1)i$$

$$z_{\vec{BC}} = z_C - z_B = (8-3i) - (2+i) = 6-4i$$

Or $(ED) \parallel (BC) \Leftrightarrow \vec{DE}$ et $\vec{BC}$ sont
 colinéaires $\Leftrightarrow \frac{z_{\vec{DE}}}{z_{\vec{BC}}} = \frac{-3 + (\lambda-1)i}{6-4i} \in \mathbb{R}$

Calculons ce rapport :

$$\frac{-3 + (\lambda-1)i}{6-4i} = \frac{(-3 + (\lambda-1)i) \times (6+4i)}{(6-4i) \times (6+4i)}$$

$$= \frac{-18 - 12i + 6(\lambda-1)i^2 + 6(\lambda-1)i}{6^2 + 4^2}$$

Et ceci est réel $\Leftrightarrow -12i + 6(\lambda-1)i = 0$

$$\Leftrightarrow -12 + 6(\lambda-1) = 0 \Leftrightarrow 6(\lambda-1) = 12$$

$$\Leftrightarrow \lambda-1 = 2 \Leftrightarrow \lambda = 3$$

La seule possibilité est donc $z_E = 3i$