n° 29 p 156

1) Les diviseurs de $105 = 3^1 \times 5^1 \times 7^1$

sont

$3^0 \times 5^0 \times 7^0 = 1$	$3^0 \times 5^0 \times 7^1 = 7$
$3^1 \times 5^0 \times 7^0 = 3$	$3^1 \times 5^0 \times 7^1 = 21$
$3^0 \times 5^1 \times 7^0 = 5$	$3^0 \times 5^1 \times 7^1 = 35$
$3^1 \times 5^1 \times 7^0 = 15$	$3^1 \times 5^1 \times 7^1 = 105$.

Ce sont les nombres de la forme $3^\alpha \times 5^\beta \times 7^\gamma$ avec $\alpha \leq 1$ $\beta \leq 1$ $\gamma \leq 1$.

2) Les diviseurs de $33 = 3^1 \times 11^1$ sont

$3^0 \times 11^0 = 1$	$3^0 \times 11^1 = 11$
$3^1 \times 11^0 = 3$	$3^1 \times 11^1 = 33$.

3) Les diviseurs de $108 = 2^2 \times 3^3$ sont de la forme $2^\alpha \times 3^\beta$ avec $\alpha \leq 2$ et $\beta \leq 3$

donc

$2^0 \times 3^0 = 1$	$2^0 \times 3^1 = 3$
$2^1 \times 3^0 = 2$	$2^1 \times 3^1 = 6$
$2^2 \times 3^0 = 4$	$2^2 \times 3^1 = 12$
$2^0 \times 3^2 = 9$	$2^0 \times 3^3 = 27$
$2^1 \times 3^2 = 18$	$2^1 \times 3^3 = 54$
$2^2 \times 3^2 = 36$	$2^2 \times 3^3 = 108$.

n° 31 p 156

1) $15 = 3^1 \times 5^1$ et $21 = 3^1 \times 7^1$

donc $PGCD(15;21) = 3^1 = 3$.

2) 8 divise 32 donc $PGCD(8;32) = 8$.

3) $12 = 2^2 \times 3^1$ et $18 = 2^1 \times 3^2$

donc $PGCD(12;18) = 2^1 \times 3^1 = 6$.

4) $126 = 2^1 \times 7^1 \times 3^2$ et $28 = 2^2 \times 7^1$

donc $PGCD(126;28) = 2^1 \times 7^1 = 14$

5) $135 = 3^3 \times 5^1$ et $225 = 3^2 \times 5^2$

donc $PGCD(135;225) = 3^2 \times 5^1 = 45$

6) $175 = 5^2 \times 7^1$ et $33 = 3^1 \times 11^1$

donc $PGCD(175;33) = 1$.

n° 60 p 160

On a $n^2 - 1 = (n-1) \times (n+1)$ donc pour avoir le produit de trois nombres premiers (distincts) il faut que soit $n-1$ soit premier (et $n+1$ se factorise) soit que $n+1$ soit premier (et $n-1$ se factorise).

1er cas : $n-1$ est premier. On essaie :

$n = 3 \rightarrow n-1 = 2$ et $n+1 = 4$ $\emptyset$

$n = 4 \rightarrow n-1 = 3$ et $n+1 = 5$ $\emptyset$

$n = 6 \rightarrow n-1 = 5$ et $n+1 = 7$ $\emptyset$

$n = 8 \rightarrow n-1 = 7$ et $n+1 = 9$ $\emptyset$

$n = 12 \rightarrow n-1 = 11$ et $n+1 = 13$ $\emptyset$

$n = 14 \rightarrow n-1 = 13$ et $n+1 = 15 = 3 \times 5$

$n = 18 \rightarrow n-1 = 17$ et $n+1 = 19$ $\emptyset$

$n = 20 \rightarrow n-1 = 19$ et $n+1 = 21 = 3 \times 7$

$n = 24 \rightarrow n-1 = 23$ et $n+1 = 25$ $\emptyset$

$n = 30 \rightarrow n-1 = 29$ et $n+1 = 31$ $\emptyset$

$n = 32 \rightarrow n-1 = 31$ et $n+1 = 33 = 3 \times 11$

2e cas : $n+1$ est premier. On essaie :

$n = 2 \rightarrow n+1 = 3$ et $n-1 = 1$ $\emptyset$

$n = 4 \rightarrow n+1 = 5$ et $n-1 = 3$ $\emptyset$

$n = 6 \rightarrow n+1 = 7$ et $n-1 = 5$ $\emptyset$

$n = 10 \rightarrow n+1 = 11$ et $n-1 = 9$ $\emptyset$

$n = 12 \rightarrow n+1 = 13$ et $n-1 = 11$ $\emptyset$

$n = 16 \rightarrow n+1 = 17$ et $n-1 = 15 = 3 \times 5$

$n = 18 \rightarrow n+1 = 19$ et $n-1 = 17$ $\emptyset$

$n = 22 \rightarrow n+1 = 23$ et $n-1 = 21 = 3 \times 7$

$n = 28 \rightarrow n+1 = 29$ et $n-1 = 27$ $\emptyset$

$n = 30 \rightarrow n+1 = 31$ et $n-1 = 29$ $\emptyset$

$n = 36 \rightarrow n+1 = 37$ et $n-1 = 35 = 5 \times 7$.

Bilan : les trois plus petites valeurs de n sont : 14, 16 et 20.