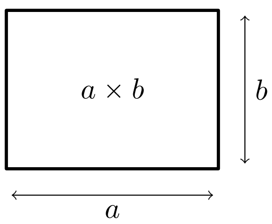
MULTIPLICATIONS, RACINES CARRÉES, PUISSANCES

1 Multiplication

Définition (multiplication des nombres positifs).

i) Soient $a, b \in \mathbf{R}_+$. Leur *produit* $a \times b$ est l'aire de n'importe quel rectangle de dimensions a et b.



ii) Dans une multiplication, les opérandes (ici a et b) sont appelés des *facteurs*.

Tous les rectangles de dimensions a et b sont superposables : ils ont ainsi *tous* la même aire, donc peu importe celui qu'on choisit dans la définition. Rappelons aussi que l'aire est exprimée en *unités d'aire*, et que les dimensions a et b sont exprimées en *unités graphiques*.

Propriétés.

Quels que soient les nombres a et b on a

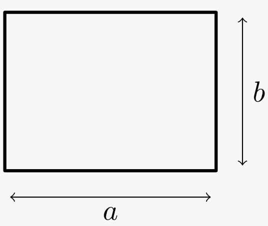
i) $a \times 0 = 0 \times a = 0$,

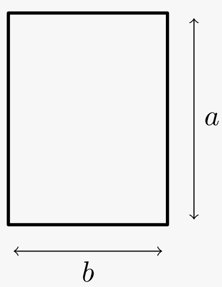
ii) $a \times 1 = 1 \times a = a$,

iii) $a \times b = b \times a$ (dans une multiplication, l'ordre des facteurs n'a pas d'importance).

Preuve de la règle i). Si l'une des dimensions vaut zéro, alors le rectangle est *aplati* : son aire vaut zéro.

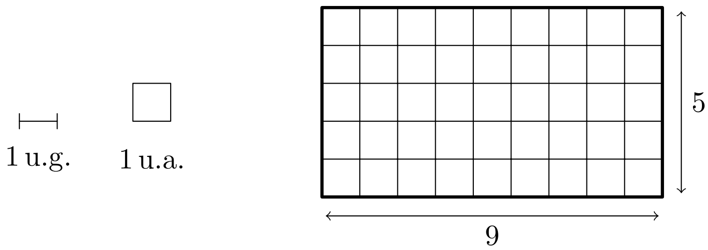
Preuve de la règle iii). Le rectangle de dimensions a et b et le rectangle de dimensions b et a sont superposables :





ils ont donc la même aire. Ainsi $a \times b = b \times a$. **C.Q.F.D.**

Avec la définition, on peut établir les *tables* de multiplication, juste en comptant des petits carrés. Par exemple, pour savoir ce que vaut 9×5, on dessine un rectangle de dimensions 9 et 5



et on « compte les petits carrés » : on trouve $9 \times 5 = 45$. Voici toutes les tables de multiplication (et il faut les connaître par cœur).

$0 \times 0 = 0$	$1 \times 0 = 0$	$2 \times 0 = 0$	$3 \times 0 = 0$	$4 \times 0 = 0$
$0 \times 1 = 0$	$1 \times 1 = 1$	$2 \times 1 = 2$	$3 \times 1 = 3$	$4 \times 1 = 4$
$0 \times 2 = 0$	$1 \times 2 = 2$	$2 \times 2 = 4$	$3 \times 2 = 6$	$4 \times 2 = 8$
$0 \times 3 = 0$	$1 \times 3 = 3$	$2 \times 3 = 6$	$3 \times 3 = 9$	$4 \times 3 = 12$
$0 \times 4 = 0$	$1 \times 4 = 4$	$2 \times 4 = 8$	$3 \times 4 = 12$	$4 \times 4 = 16$
$0 \times 5 = 0$	$1 \times 5 = 5$	$2 \times 5 = 10$	$3 \times 5 = 15$	$4 \times 5 = 20$
$0 \times 6 = 0$	$1 \times 6 = 6$	$2 \times 6 = 12$	$3 \times 6 = 18$	$4 \times 6 = 24$
$0 \times 7 = 0$	$1 \times 7 = 7$	$2 \times 7 = 14$	$3 \times 7 = 21$	$4 \times 7 = 28$
$0 \times 8 = 0$	$1 \times 8 = 8$	$2 \times 8 = 16$	$3 \times 8 = 24$	$4 \times 8 = 32$
$0 \times 9 = 0$	$1 \times 9 = 9$	$2 \times 9 = 18$	$3 \times 9 = 27$	$4 \times 9 = 36$

$5 \times 0 = 0$	$6 \times 0 = 0$	$7 \times 0 = 0$	$8 \times 0 = 0$	$9 \times 0 = 0$
$5 \times 1 = 5$	$6 \times 1 = 6$	$7 \times 1 = 7$	$8 \times 1 = 8$	$9 \times 1 = 9$
$5 \times 2 = 10$	$6 \times 2 = 12$	$7 \times 2 = 14$	$8 \times 2 = 16$	$9 \times 2 = 18$
$5 \times 3 = 15$	$6 \times 3 = 18$	$7 \times 3 = 21$	$8 \times 3 = 24$	$9 \times 3 = 27$
$5 \times 4 = 20$	$6 \times 4 = 24$	$7 \times 4 = 28$	$8 \times 4 = 32$	$9 \times 4 = 36$
$5 \times 5 = 25$	$6 \times 5 = 30$	$7 \times 5 = 35$	$8 \times 5 = 40$	$9 \times 5 = 45$
$5 \times 6 = 30$	$6 \times 6 = 36$	$7 \times 6 = 42$	$8 \times 6 = 48$	$9 \times 6 = 54$
$5 \times 7 = 35$	$6 \times 7 = 42$	$7 \times 7 = 49$	$8 \times 7 = 56$	$9 \times 7 = 63$
$5 \times 8 = 40$	$6 \times 8 = 48$	$7 \times 8 = 56$	$8 \times 8 = 64$	$9 \times 8 = 72$
$5 \times 9 = 45$	$6 \times 9 = 54$	$7 \times 9 = 63$	$8 \times 9 = 72$	$9 \times 9 = 81$

Pour multiplier des nombres *entiers* à plusieurs chiffres, on *pose* la multiplication.

$$\begin{array}{ccccccccc}
 & & & & 4 & 0 & 3 & 9 & 7 \\
\times & & & & & & 2 & 5 & 5 \\
\hline
 & & & 2 & 0 & 1 & 9 & 8 & 5 \\
 & & 2 & 0 & 1 & 9 & 8 & 5 & \\
+ & & 8 & 0 & 7 & 9 & 4 & & \\
\hline
 & 1 & 0 & 3 & 0 & 1 & 2 & 3 & 5
\end{array}$$

Enfin, pour multiplier des nombres à virgule, on utilise la *règle de la virgule*, que nous démontrerons au moment de parler de l'*écriture scientifique*, dans la leçon **6**.

> **Règle de la virgule.**
> Pour multiplier deux nombres à virgule a et b, on fait *comme s'il n'y avait pas* de virgule, puis on place la virgule de sorte qu'il y ait autant de chiffres *après* la virgule dans le résultat qu'il y en a, en tout, dans a et b.

Exemple : $40{,}\underbrace{397}_{3} \times 2{,}\underbrace{55}_{2} = 103{,}\underbrace{012\,35}_{3+2=5}$.

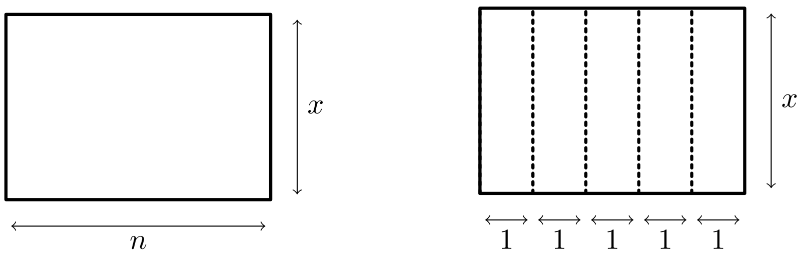
Définition (multiplication des nombres réels).
Soient $a, b \in \mathbf{R}$. Leur *produit* $a \times b$ se calcule en deux étapes :
i) d'abord on fait la multiplication *sans tenir compte des signes*,
ii) puis on applique la *règle des signes*.

PETITE RÈGLE DES SIGNES

a	b	$a \times b$
$+$	$+$	$+$
$-$	$+$	$-$
$+$	$-$	$-$
$-$	$-$	$+$

Dans la leçon précédente, on a défini $n \times x$ lorsque $n \in \mathbf{N}$ et $x \in \mathbf{R}$. Maintenant on a défini $n \times x$ pour $n \in \mathbf{R}$ et $x \in \mathbf{R}$. *Il faut vérifier que cette nouvelle définition est compatible avec l'ancienne.* C'est un point essentiel en mathématiques, et que nous rencontrerons plusieurs fois dans l'année : à chaque fois qu'on *généralise* un concept, il faut vérifier que cela *ne contredit pas* les cas particuliers déjà rencontrés.

Dans cette leçon on a défini $n \times x$ comme l'aire d'un rectangle de dimensions n et x. Découpons ce rectangle en tranches.



Par découpage et recollement, on voit que l'aire du rectangle vaut

$$n \times x = \underbrace{(1 \times x) + (1 \times x) + (1 \times x) + \ldots + (1 \times x)}_{n \text{ fois le } (1 \times x)} = \underbrace{x + x + x + \ldots + x}_{\text{avec } n \text{ fois le } x},$$

et cette dernière écriture est bien la définition qu'on avait donnée de $n \times x$ dans la leçon précédente.

2 Exploration des tables de multiplication

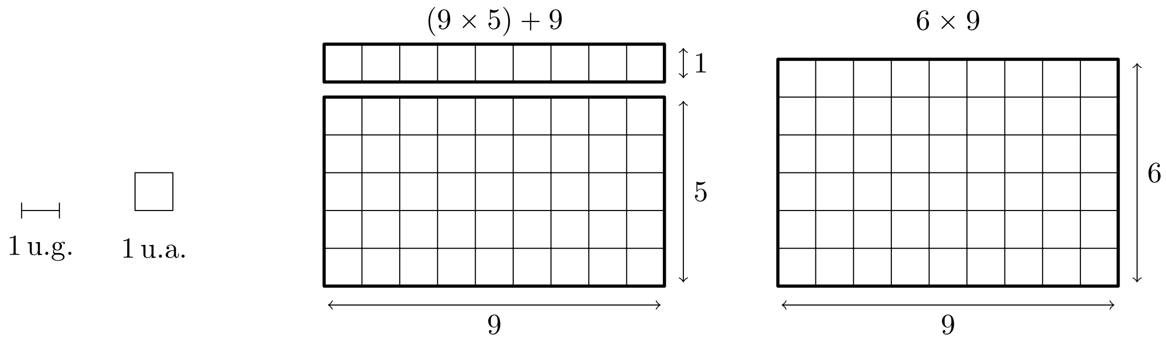
Écrivons trois nouvelles tables, qu'il faut connaître aussi.

10×0	$=$	0	11×0	$=$	0	12×0	$=$	0
10×1	$=$	10	11×1	$=$	11	12×1	$=$	12
10×2	$=$	20	11×2	$=$	22	12×2	$=$	24
10×3	$=$	30	11×3	$=$	33	12×3	$=$	36
10×4	$=$	40	11×4	$=$	44	12×4	$=$	48
10×5	$=$	50	11×5	$=$	55	12×5	$=$	60
10×6	$=$	60	11×5	$=$	66	12×6	$=$	72
10×7	$=$	70	11×7	$=$	77	12×7	$=$	84
10×8	$=$	80	11×8	$=$	88	12×8	$=$	96
10×9	$=$	90	11×9	$=$	99	12×9	$=$	108

On voit que pour passer d'une ligne à la suivante, dans la table du d, on ajoute d :

$$48 \xrightarrow{+12} 60 \xrightarrow{+12} 72 \xrightarrow{+12} 84 \xrightarrow{+12} 96 \xrightarrow{+12} 108 \xrightarrow{+12} 120 \xrightarrow{+12} \ldots$$

Cela est dû au fait que pour passer de $d \times k$ à $d \times (k+1)$ on ajoute « une tranche » au rectangle, et que dans cette tranche, il y a d unités d'aire. Dans le dessin ci-dessous, on a pris $d = 9$ et $k = 5$.



On peut regrouper toutes les tables de multiplication en un seul tableau à double entrée, qu'on appelle la *table de Pythagore*.

×	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48
5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72
7	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84
8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108
10	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
11	0	11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132
12	0	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144

Les nombres sur fond vert, situés sur la diagonale « principale », sont appelés les *carrés*. On les écrit avec un petit 2 en exposant. Il faut les connaître par cœur jusqu'à $20^2 = 400$. Ils forment une progression logique :

$$10^2 = 100 \xrightarrow{+21} 11^2 = 121 \xrightarrow{+23} 12^2 = 144 \xrightarrow{+25} 13^2 = 169 \xrightarrow{+27} 14^2 = 196 \xrightarrow{+29} 15^2 = 225 \xrightarrow{+31} 16^2 = 256$$

$$\xrightarrow{+33} 17^2 = 289 \xrightarrow{+35} 18^2 = 324 \xrightarrow{+37} 19^2 = 361 \xrightarrow{+39} 20^2 = 400 \xrightarrow{+41} 21^2 = 441 \xrightarrow{+43} \dots$$

Petite remarque concernant les carrés : un nombre et son opposé ont toujours le même carré : quel que soit $x \in \mathbf{R}$ on a $x^2 = (-x)^2$.

Propriétés (de la table de Pythagore).

Dans la table de Pythagore :

i) dans la colonne du d, on passe d'un nombre au suivant en ajoutant d,

ii) dans la ligne du d, on passe d'un nombre au suivant en ajoutant d,

iii) sur la diagonale principale, on passe d'un nombre au suivant en ajoutant les nombres impairs.

3 Racines carrées

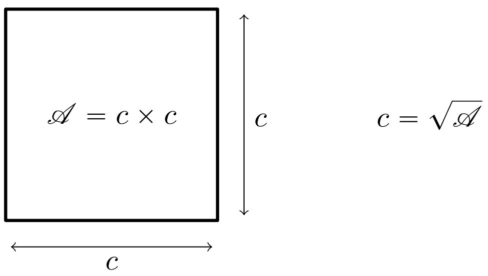
Propriété (les carrés sont positifs).
Le carré d'un nombre réel est *toujours* un nombre positif.

Preuve. Soit $x \in \mathbf{R}$. On distingue deux cas :
i) si x est positif, alors $x^2 = x \times x$ est positif, car d'après la règle des signes, $+$ par $+$ donne $+$;
ii) si x est négatif, alors $x^2 = x \times x$ est positif aussi, car (toujours) d'après la règle des signes, $-$ par $-$ donne $+$. **C.Q.F.D.**

Si a est strictement négatif, on ne peut donc pas trouver un nombre x tel que $x \times x = a$: *ça n'existe pas.*

Définition (racine carrée d'un nombre positif).
Soit $a \in \mathbf{R}_+$. Sa *racine carrée*, qu'on note $\sqrt{a}$, est l'unique nombre *positif* qui, lorsqu'on le multiplie par lui-même, donne a. C'est-à-dire
$$\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a.$$

La racine carrée est donc l'opération qui permet de retrouver le côté d'un carré lorsqu'on connaît son aire.



Voici les valeurs à connaître par cœur (mais en fait ce sont *les mêmes* que pour les carrés !).

$\sqrt{0} = 0$	$\sqrt{16} = 4$	$\sqrt{100} = 10$	$\sqrt{256} = 16$
$\sqrt{1} = 1$	$\sqrt{25} = 5$	$\sqrt{121} = 11$	$\sqrt{289} = 17$
$\sqrt{2} \simeq 1{,}414$	$\sqrt{36} = 6$	$\sqrt{144} = 12$	$\sqrt{324} = 18$
$\sqrt{3} \simeq 1{,}732$	$\sqrt{49} = 7$	$\sqrt{169} = 13$	$\sqrt{361} = 19$
$\sqrt{4} = 2$	$\sqrt{64} = 8$	$\sqrt{196} = 14$	$\sqrt{400} = 20$
$\sqrt{9} = 3$	$\sqrt{81} = 9$	$\sqrt{225} = 15$	$\sqrt{625} = 25$

Propriétés (des racines carrées).
Quels que soient $a, b \in \mathbf{R}_+$ on a
i) $\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$ (*c'est* la définition !),
ii) $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$,
iii) $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ n'est *jamais* égal à $\sqrt{a+b}$, sauf dans le cas idiot où l'un des nombres a ou b est égal à zéro.

à connaître

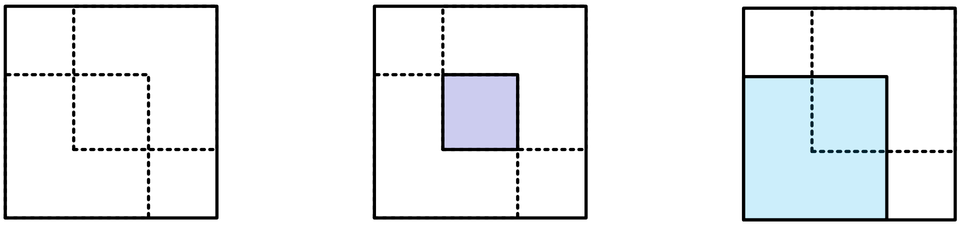
Simplification des racines carrées. Simplifier $\sqrt{2} + \sqrt{2}$ et $\sqrt{12} + \sqrt{27}$.

Pour le premier : $\sqrt{2} + \sqrt{2} = \underbrace{2}_{=\sqrt{4}} \times \sqrt{2} = \sqrt{4} \times \sqrt{2} = \boxed{\sqrt{8}}$ (car $4 \times 2 = 8$).

Pour le second : on voit que $12 = 4 \times 3$ et $27 = 9 \times 3$, donc
$$\sqrt{12} + \sqrt{27} = \underbrace{\sqrt{4}}_{=2} \times \sqrt{3} + \underbrace{\sqrt{9}}_{=3} \times \sqrt{3} = 2 \times \sqrt{3} + 3 \times \sqrt{3} = 5 \times \sqrt{3} = \sqrt{25} \times \sqrt{3} = \boxed{\sqrt{75}}.$$

4 Exemple de problème géométrique

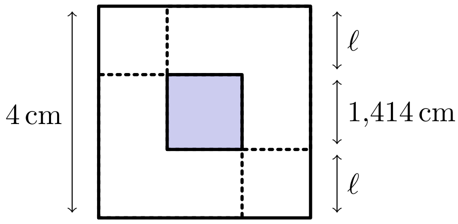
Il s'agit de calculer l'aire du carré bleu clair (sachant que l'autre carré en pointillés lui est superposable).



$\mathscr{A}_{\square} = 16\,\text{cm}^2$ $\qquad$ $\mathscr{A}_{\square} = 2\,\text{cm}^2$ $\qquad$ $\mathscr{A}_{\square} = \ ?$

Soyons un peu attentifs : les trois « petits carrés » qui apparaissent dans la figure de gauche *ne sont pas* superposables. Sinon, on pourrait paver le grand carré en utilisant 9 d'entre eux, ce qui ferait une aire totale de $9 \times \mathscr{A}_{\square} = 18\,\text{cm}^2$. C'est trop. Le petit carré « du milieu » est donc légèrement plus grand que les deux autres.

Le côté du grand carré blanc est $\sqrt{\mathscr{A}_{\square}} = \sqrt{16\,\text{cm}^2} = 4\,\text{cm}$, et celui du petit carré mauve est $\sqrt{\mathscr{A}_{\square}} = \sqrt{2\,\text{cm}^2} \simeq 1{,}414\,\text{cm}$. Maintenant on découpe la figure.



On voit que $\ell + 1{,}414\,\text{cm} + \ell \simeq 4\,\text{cm}$, donc $\ell + \ell \simeq 4\,\text{cm} - 1{,}414\,\text{cm} \simeq 2{,}586\,\text{cm}$. La longueur ℓ vaut la moitié de ceci, donc $\ell \simeq 1{,}293\,\text{cm}$. Enfin, on trouve le côté du carré bleu clair : c'est $\ell + 1{,}414\,\text{cm} \simeq 2{,}707\,\text{cm}$. Son aire vaut donc

$$\mathscr{A}_{\square} \simeq (2{,}707\,\text{cm})^2 \simeq 7{,}328\,\text{cm}^2.$$

5 Comparaisons et problèmes de signes

Propriété (croissances du carré et de la racine carrée).
i) Les nombres *positifs* sont rangés dans le même ordre que leurs carrés.
ii) Les nombres positifs sont rangés dans le même ordre que leurs racines carrées.

à connaître

Exemple 1 : trouver le signe de $2\sqrt{21} - 9$.

On a, d'une part, $2\sqrt{21} = 2 \times \sqrt{21} = \sqrt{4} \times \sqrt{21} = \sqrt{84}$; et, d'autre part, $9 = \sqrt{81}$. Puisque les nombres sont rangés dans le même ordre que leurs racines carrées, on a $\sqrt{84} > \sqrt{81}$, et donc $2\sqrt{21} - 9 = \sqrt{84} - \sqrt{81}$ est positif.

à connaître

Exemple 2 : donner un encadrement à 0,1 *près de* $\sqrt{3}$.

Cela revient à trouver un encadrement *à l'entier près* de $10 \times \sqrt{3} = \sqrt{100} \times \sqrt{3} = \sqrt{300}$. On cherche deux carrés qui encadrent 300 : il y a $17^2 = 289$ et $18^2 = 324$. Puisque les nombres sont rangés dans le même ordre que leurs racines carrées :

$$17^2 < 300 < 18^2 \quad \text{implique} \quad \sqrt{17^2} < \sqrt{300} < \sqrt{18^2} \quad \text{c'est-à-dire} \quad 17 < \sqrt{300} < 18.$$

Mais c'est la même chose que $17 < 10 \times \sqrt{3} < 18$ donc en divisant tout par 10 on obtient l'encadrement $1{,}7 < \sqrt{3} < 1{,}8$.

à connaître

Exemple 3 : qui est le plus grand entre $3+\sqrt{11}$ *et* $4+\sqrt{5}$ *?*

Utilisons le symbole $\lesseqgtr$ pour dire qu'on ne sait pas qui est le plus grand. En utilisant les règles pour les inéquations (qu'on énoncera dans la leçon **12**, mais anticipons un peu), on regroupe les racines carrées d'un côté, et le reste de l'autre :

$$3+\sqrt{11} \lesseqgtr 4+\sqrt{5} \quad \overset{-\sqrt{5}}{\Leftrightarrow} \quad 3+\sqrt{11}-\sqrt{5} \lesseqgtr 4 \quad \overset{-3}{\Leftrightarrow} \quad \sqrt{11}-\sqrt{5} \lesseqgtr 4-3 \quad \Leftrightarrow \quad \sqrt{11}-\sqrt{5} \lesseqgtr 1.$$

On voit que $\sqrt{11}-\sqrt{5}$ est *positif* (car $\sqrt{11}$ est plus grand que $\sqrt{5}$), et les nombres positifs sont rangés dans le même ordre que leurs carrés, donc

$$\sqrt{11}-\sqrt{5} \lesseqgtr 1 \quad \Leftrightarrow \quad (\sqrt{11}-\sqrt{5})^2 \lesseqgtr 1^2.$$

Maintenant simplifions tout ça. Déjà $1^2 = 1$. Ensuite (là aussi on anticipe) en utilisant la *deuxième identité remarquable*, on trouve

$$(\sqrt{11}-\sqrt{5})^2 = 11-2\times\sqrt{11}\times\sqrt{5}+5 = 16-2\times\sqrt{55} = 16-\sqrt{4}\times\sqrt{55} = 16-\sqrt{220}.$$

On peut poursuivre la résolution :

$$(\sqrt{11}-\sqrt{5})^2 \lesseqgtr 1^2 \quad \Leftrightarrow \quad 16-\sqrt{220} \lesseqgtr 1 \quad \overset{-1}{\Leftrightarrow} \quad 15-\sqrt{220} \lesseqgtr 0.$$

Mais $15^2 = 225$ donc $15 = \sqrt{225}$, qui est plus grand que $\sqrt{220}$. L'inégalité inconnue $\lesseqgtr$ se résout donc en $>$. Et donc $3+\sqrt{11}$ est plus grand que $4+\sqrt{5}$. On peut vérifier à la calculatrice : $3+\sqrt{11} \simeq 6{,}317$ et $4+\sqrt{5} \simeq 6{,}236$.

6 Puissances

Définition (multiplication d'un nombre quelconque de nombres).

Soient $a, b, c \in \mathbf{R}$. Leur *produit* $a \times b \times c$ se calcule en deux étapes.

i) Si a, b et c sont positifs, le produit est le *volume* de n'importe quel pavé droit de dimensions a, b et c.

ii) S'ils sont de signes quelconques, on fait comme s'ils étaient positifs, et on choisit le signe du résultat en appliquant la *règle des signes*.

GRANDE RÈGLE DES SIGNES

a	b	c	$a \times b \times c$
+	+	+	+
−	+	+	−
+	−	+	−
−	−	+	+
+	+	−	−
−	+	−	+
+	−	−	+
−	−	−	−

Règle des signes (cas général).

Dans un produit, « les signes − se simplifient deux par deux » :

i) s'il y a un nombre *pair* de signes −, alors le résultat est *positif*,

ii) s'il y a un nombre *impair* de signes −, alors le résultat est *négatif*.

Pour parler de volume, on a besoin d'une *unité de volume*. Lorsqu'on dispose d'une unité graphique, l'unité de volume correspondante est un petit cube de côté 1 u.g.. Par exemple si l'unité graphique est le centimètre, alors l'unité d'aire est le centimètre-carré (cm^2), et l'unité de volume est le centimètre-cube (cm^3).

Si l'on veut multiplier quatre (ou plus) choses, il faut faire preuve d'un peu d'imagination et considérer un « hyperparallélépipède rectangle » de dimensions a, b, c, d, etc., et alors $a \times b \times c \times d \times \ldots$ sera son « hypervolume » mesuré avec l'unité ad hoc : cm^4, cm^5, etc., selon « le nombre de dimensions ». On commence à voir apparaître les puissances !

Propriété (associativité de la multiplication).
Dans un calcul qui ne contient *que* des multiplications, les parenthèses sont inutiles. On peut donc les enlever, ou bien en ajouter où l'on veut.

Petite chose (qu'on a déjà utilisée en fait) : on n'écrit pas toujours le symbole $\times$ dans les multiplications : par exemple on peut écrire $2x$ au lieu de $2 \times x$, $3\sqrt{5}$ au lieu de $3 \times \sqrt{5}$, ou encore ab au lieu de $a \times b$. En revanche, on n'écrit pas xx au lieu de $x \times x$ ni xxx au lieu de $x \times x \times x$. Pour cela, on utilise *un exposant*.

Définition (puissances).
i) Soit $n \in \mathbf{N}$ et soit $x \in \mathbf{R}$. Le résultat de la multiplication « itérée »

$$\underbrace{x \times x \times x \times x \times \ldots \times x}_{\text{avec } n \text{ fois le } x}$$

se note x^n. On a déjà rencontré $x^2 = x \times x$, qui est le cas particulier où $n = 2$.
ii) Dans l'écriture x^n, le nombre x s'appelle la *base* et le nombre n s'appelle l'*exposant*.

Propriétés (des puissances).
Quels que soient $m, n \in \mathbf{N}$ et $x, y \in \mathbf{R}$ on a
i) $x^0 = 1$, en particulier *on adopte la convention* $0^0 = 1$,
ii) $x^1 = x$,
iii) $x^{m+n} = x^m \times x^n$,
iv) $(x \times y)^n = x^n \times y^n$,
v) $(x^m)^n = x^{m \times n} = x^{n \times m} = (x^n)^m$.

On ne confondra pas a^b et b^a. Par exemple $91^5 = 6\,240\,321\,451$ et

$$5^{91} = 4\,038\,967\,834\,731\,580\,443\,708\,050\,254\,247\,865\,495\,926\,816\,947\,758\,197\,784\,423\,828\,125.$$

Ça n'est pas du tout la même chose !

à connaître

Exemple 1 : simplifier $(\sqrt{7})^9$.
Si l'exposant est petit, on peut tout écrire :

$$(\sqrt{7})^9 = \underbrace{\sqrt{7} \times \sqrt{7}}_{=7} \times \underbrace{\sqrt{7} \times \sqrt{7}}_{=7} \times \underbrace{\sqrt{7} \times \sqrt{7}}_{=7} \times \underbrace{\sqrt{7} \times \sqrt{7}}_{=7} \times \sqrt{7} = 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times \sqrt{7} = 2401\sqrt{7}.$$

Ou bien on peut utiliser les règles sur les puissances :

$$(\sqrt{7})^9 = (\sqrt{7})^8 \times \sqrt{7} = (\sqrt{7})^{2\times 4} \times \sqrt{7} = (\underbrace{(\sqrt{7})^2}_{=7})^4 \times \sqrt{7} = 7^4 \times \sqrt{7} = 2401\sqrt{7}.$$

à connaître

Exemple 2 : simplifier $2x^2 \times 3xy \times 4xy^5$.
Puisqu'il n'y a *que* des multiplications, on peut faire les calculs dans l'ordre qu'on veut et regrouper les termes comme on veut. On met *toujours* ensemble (et en premier) les quantités numériques, et en second (et dans l'ordre alphabétique) les quantités littérales :

$$2x^2 \times 3xy \times 4xy^5 = (\underbrace{2 \times 3 \times 4}_{=24}) \times (x^2 \times \underbrace{x^1y^1}_{=xy} \times \underbrace{x^1y^5}_{=xy^5}) = 24 \times x^{2+1+1}y^{1+5} = 24x^4y^6.$$