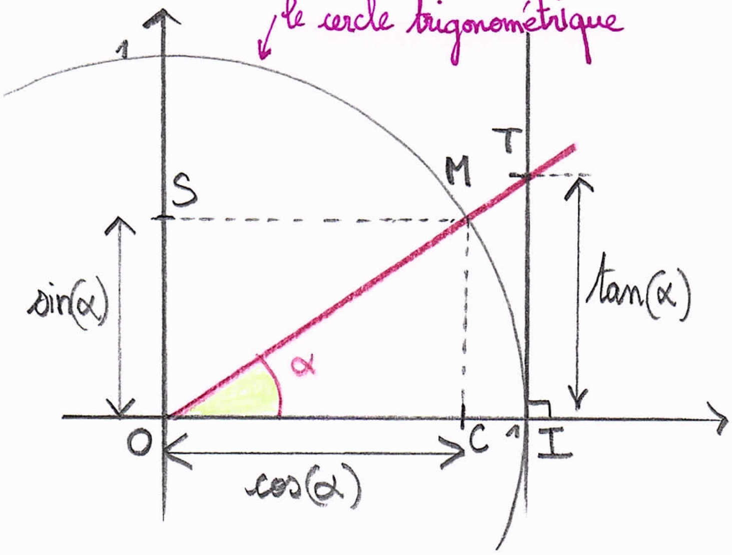
Leçons 72 : LES FONCTIONS COSINUS, SINUS ET TANGENTE

① Rappel : où sont cos, sin et tan ?



* $\cos(\alpha)$ et $\sin(\alpha)$ se lisent, graphiquement, aux endroits indiqués parce que c'est leur définition.

* Et tan ? On a défini $\tan(\alpha) = \dfrac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$.

→ démontrons que $TI = \tan(\alpha)$. On a une situation de Thalès :

$$\frac{OC}{CM} = \frac{OI}{IT} \quad (\text{car } (CM) \,//\, (IT))$$

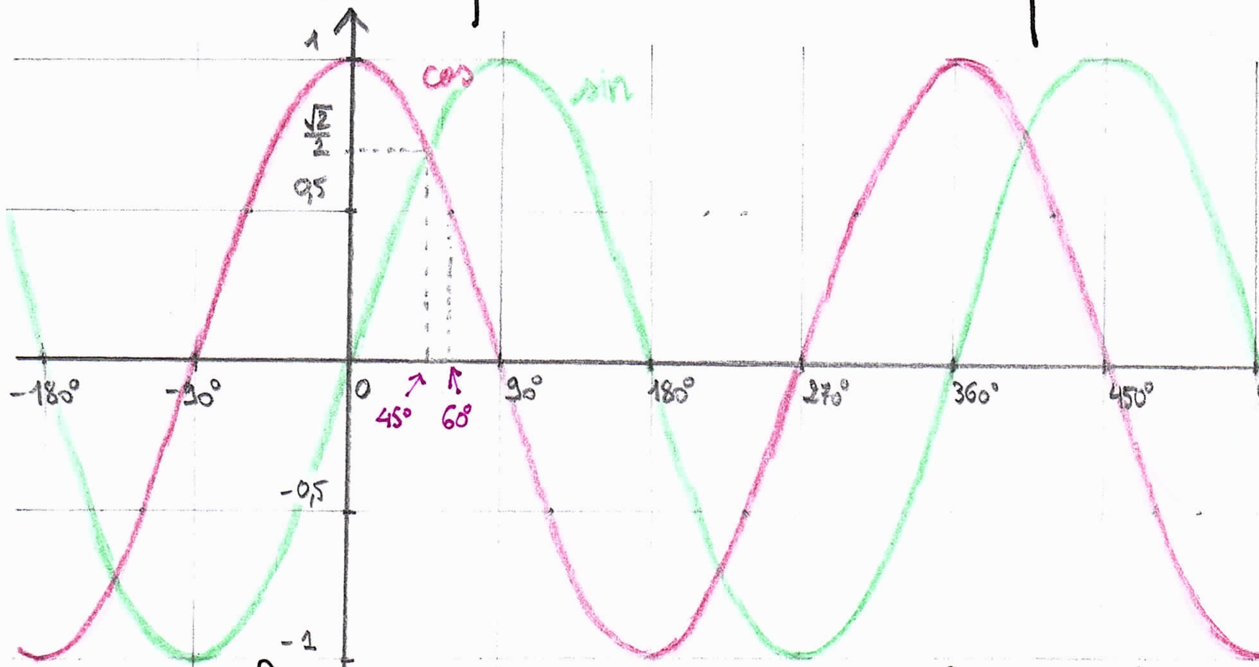
$$\Leftrightarrow \quad IT = OI \times \frac{CM}{OM} = 1 \times \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} = \tan(\alpha).$$

produit en croix

C.Q.F.D.

② Les fonctions cosinus et sinus

Puisqu'on a défini cos et sin pour n'importe quel angle (pas seulement entre 0° et 360°), on peut tracer leurs courbes représentatives.



les deux courbes sont déphasées l'une par rapport à l'autre (d'un quart de période)

On retrouve quelques propriétés : cos est paire (sa courbe est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées) et sin est impaire (sa courbe est symétrique par rapport à l'origine). Et elles sont périodiques (les courbes se répètent à l'identique).

③ La fonction tangente

DÉFINITION : si α n'est pas un angle droit on pose $\boxed{\tan(\alpha) = \dfrac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}}$.

→ Calculons les valeurs particulières :

$$\tan(0°) = \frac{\sin(0°)}{\cos(0°)} = \frac{0}{1} = 0$$

$$\tan(30°) = \frac{\sin(30°)}{\cos(30°)} = \frac{1/2}{\sqrt{3}/2} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \simeq 0,577...$$

$$\tan(45°) = \frac{\sin(45°)}{\cos(45°)} = \frac{\sqrt{2}/2}{\sqrt{2}/2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{2}{\sqrt{2}} = 1$$

$$\tan(60°) = \frac{\sin(60°)}{\cos(60°)} = \frac{\sqrt{3}/2}{1/2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{2}{1} = \sqrt{3} \simeq 1,732...$$

$\tan(90°)$ n'existe pas !