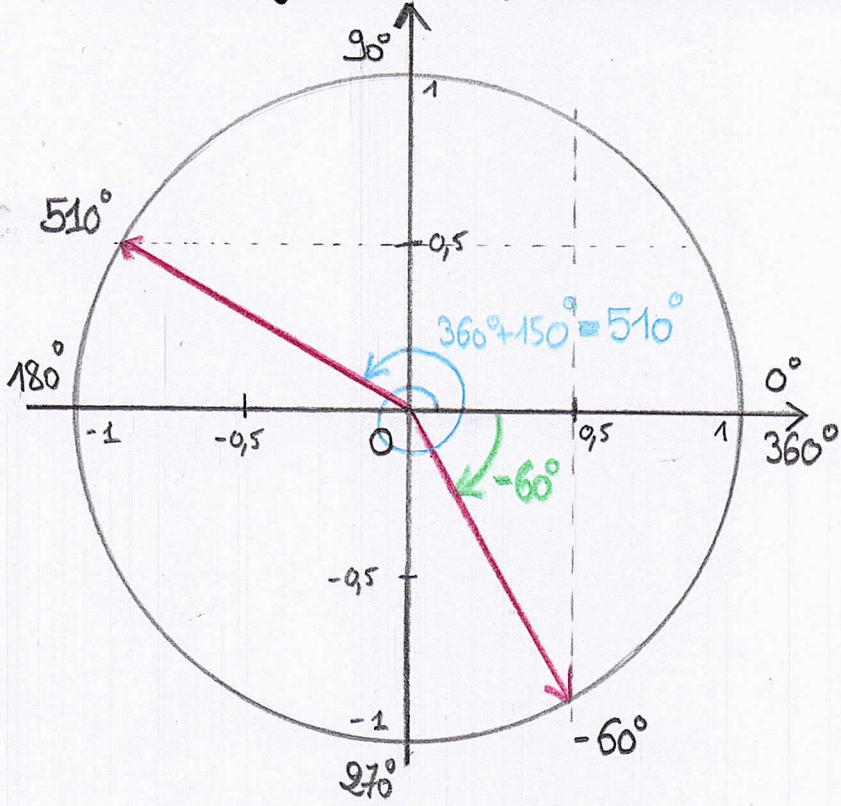


LEÇON 71 : PÉRIODICITÉ & CHANGEMENTS D'ARCS

① Les angles en dehors de $[0^\circ; 360^\circ[$.

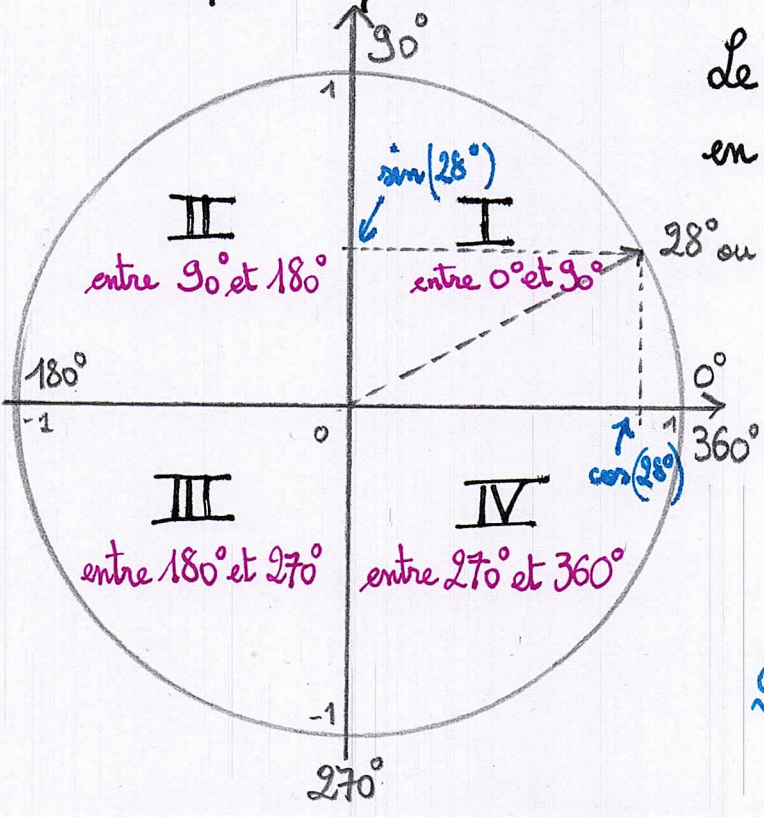


Rappel: pour placer un angle sur le cercle trigonométrique, on « tourne », dans le sens inverse des aiguilles d'une montre, depuis le point (1;0).

* Et 360°, on est revenu au point de départ, mais on peut continuer.

* Pour placer un angle « négatif » on tourne dans l'autre sens.

② Les quatre quadrants du cercle trigonométrique



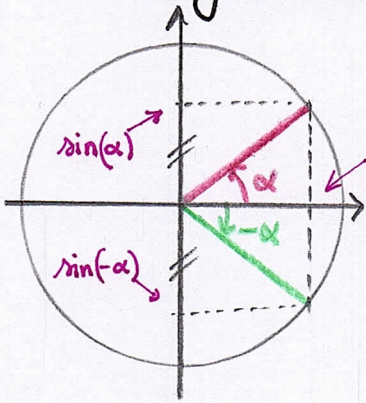
Le cercle trigonométrique se partage en quatre portions notées I, II, III et IV.

PROPRIÉTÉ: avancer (ou reculer) d'un (ou plusieurs) tour(s) ne change pas les valeurs de cos et sin: on dit qu'elles sont périodiques.

Ex: $\cos(388^\circ) = \cos(28^\circ)$
 $\sin(388^\circ) = \sin(28^\circ)$.

③ Les formules de changement d'arc

a) changement IV → I

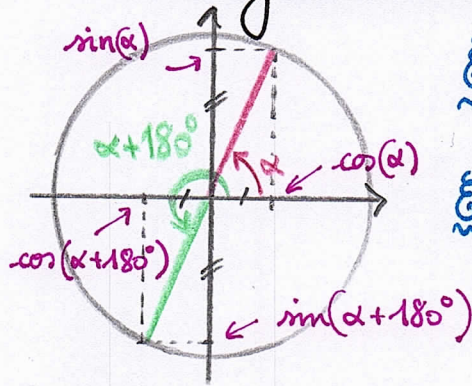


$$\begin{aligned} \underline{\underline{E}}: \cos(30^\circ) \\ &= \cos(-30^\circ) \end{aligned}$$

$$\underline{\underline{E}}: \cos(45^\circ) \\ &= \cos(-45^\circ)$$

$$\underline{\underline{E}}: \sin(110^\circ) \\ &= -\sin(-110^\circ)$$

b) changement III → I



$$\underline{\underline{E}}: \cos(200^\circ) \\ &= -\cos(20^\circ)$$

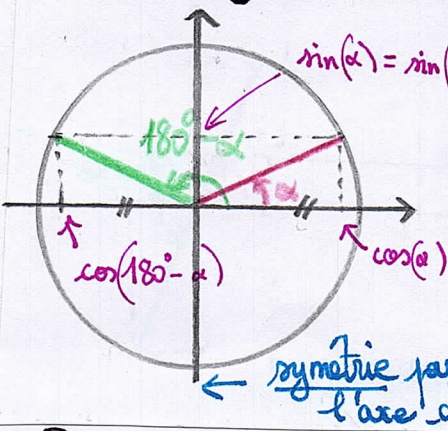
$$\underline{\underline{E}}: \sin(250^\circ) \\ &= -\sin(70^\circ)$$

PROPRIÉTÉ: des angles opposés ont :

- le même cosinus (autrement dit, la fonction cosinus est *paire*)
- des sinus opposés (autrement dit, la fonction sinus est *impaire*).

PROPRIÉTÉ: lorsqu'on avance d'un demi-tour (donc 180°), les fonctions cos et sin changent de signe : $\cos(\alpha + 180^\circ) = -\cos(\alpha)$
 $\sin(\alpha + 180^\circ) = -\sin(\alpha)$.

c) changement III → I

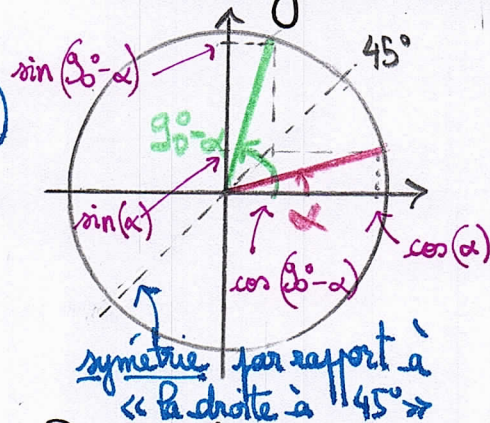


$$\underline{\underline{E}}: \cos(150^\circ) = -\cos(30^\circ)$$

$$\sin(140^\circ) = \sin(40^\circ)$$

← symétrie par rapport à l'axe des ordonnées

d) changement I → I



$$\underline{\underline{E}}: \cos(70^\circ) = \sin(20^\circ)$$

$$\sin(30^\circ) = \cos(60^\circ)$$

← symétrie par rapport à « la droite à 45° »

PROPRIÉTÉ: des angles supplémentaires ont :

- des cosinus opposés,
- le même sinus :

$$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos(\alpha)$$

$$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin(\alpha)$$

PROPRIÉTÉ: si deux angles sont complémentaires, alors le cosinus de l'un est le sinus de l'autre et inversement :

$$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin(\alpha)$$

$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos(\alpha)$$