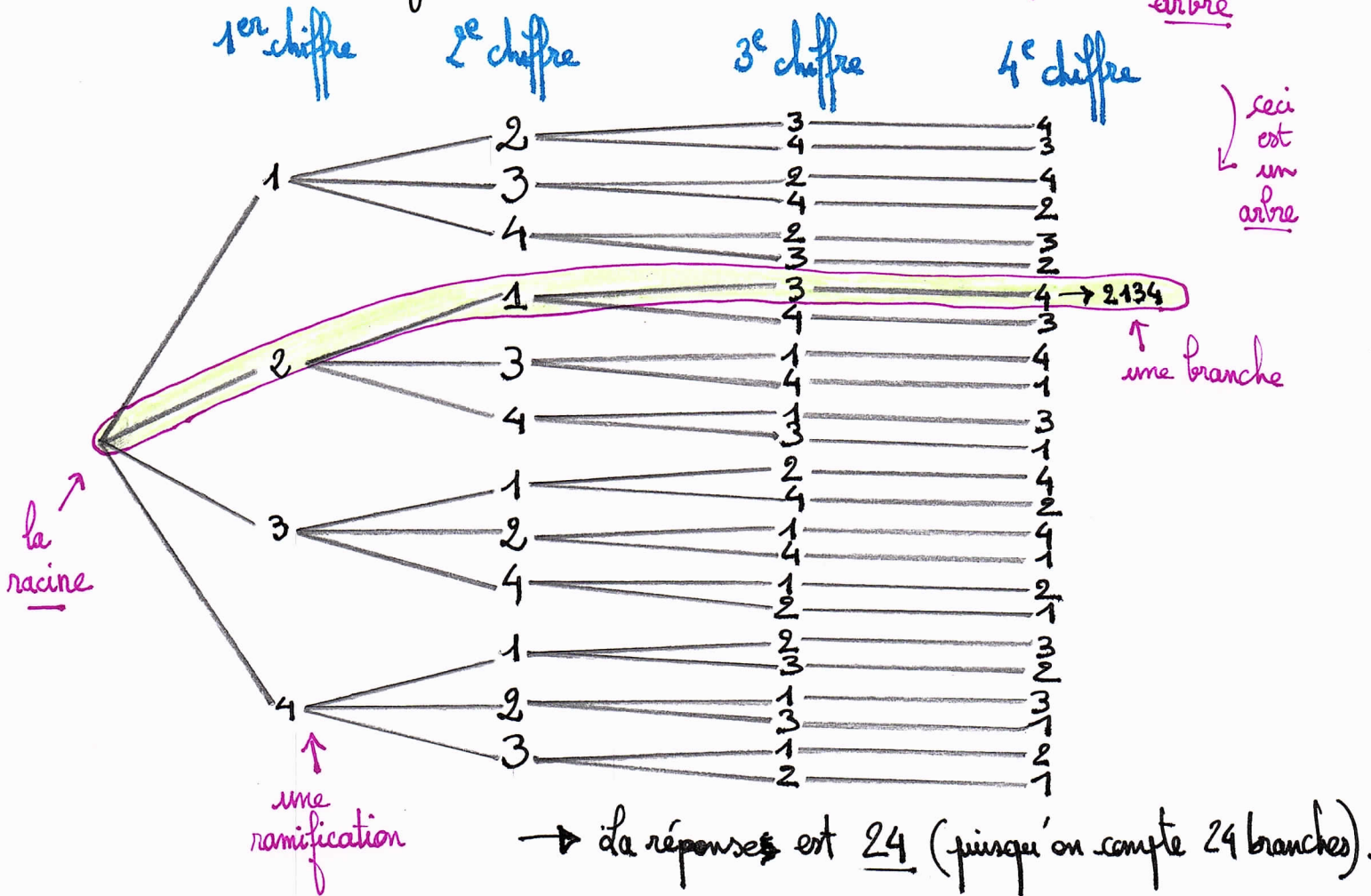


# LEÇON 64 : ARBRES

On continue le dénombrement...

## ① Permutations

Combien de nombres peut-on former avec les chiffres 1, 2, 3 et 4, si on les utilise chacun une fois (et une seule)?  
 → on répond à l'aide d'un arbre

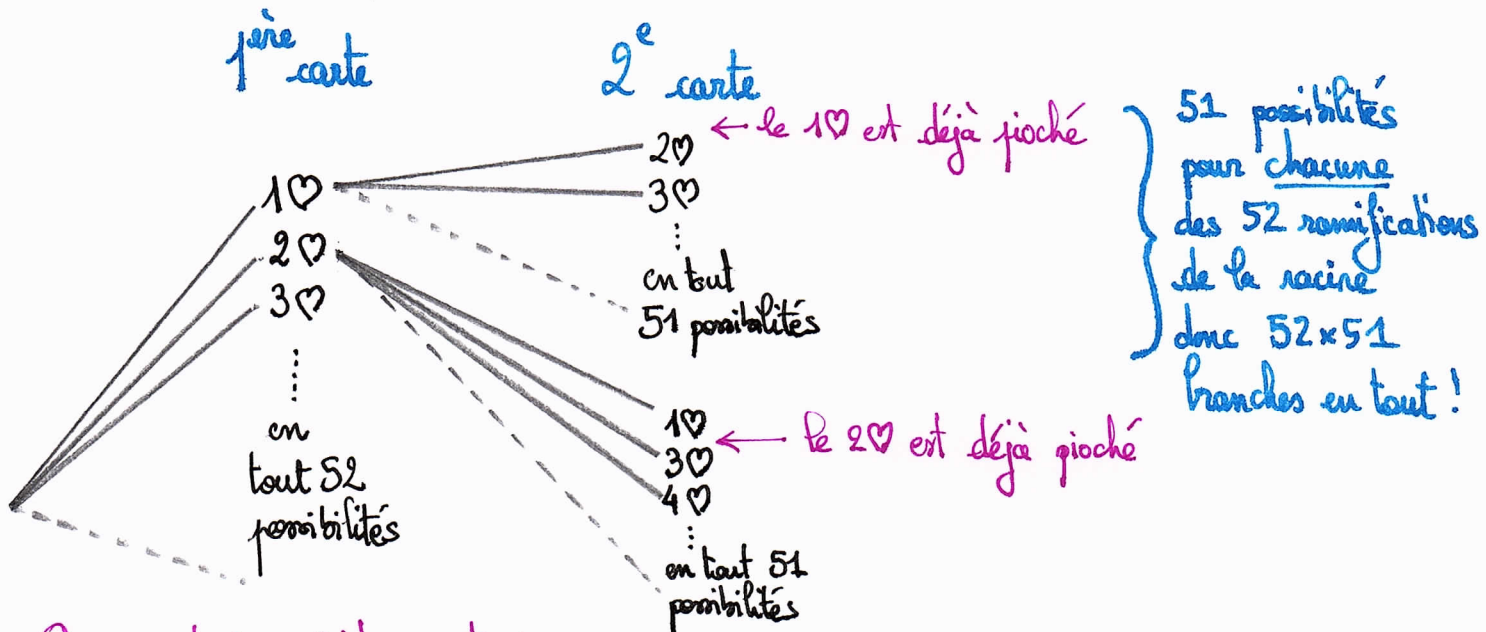


PROPRIÉTÉ : plus généralement le nombre de manières d'ordonner  $n$  objets est  $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 2 \times 1$ .

Ici  $n=4$  donc  $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = \mathbf{24}$ .

## ② Tirages sans remise

On pioche deux cartes dans un jeu de 52. Combien y a-t-il de « mains » différentes ?



On ne dessine évidemment pas tout l'arbre!

→ Si on tient compte de l'ordre du piochage, il y a  $52 \times 51 = 2652$  possibilités (car il y a  $52 \times 51$  branches en tout).

→ Si on considère que  $(1♥, 2♥)$  est la même main que  $(2♥, 1♥)$ , il faut diviser ce nombre par 2, car on a tout compté en double. Ce qui fait  $2652 \div 2 = 1326$  mains différentes.

PROPRIÉTÉ: plus généralement, si on ne tient pas compte de l'ordre:

i) il y a  $\frac{n \times (n-1)}{2}$  manières de prendre deux objets parmi  $n$ ,

ii) il y a  $\frac{n \times (n-1) \times (n-2)}{6}$  manières de prendre trois objets parmi  $n$ .

Ici  $n=52$  donc  $\frac{52 \times (52-1)}{2} = 1326$ .