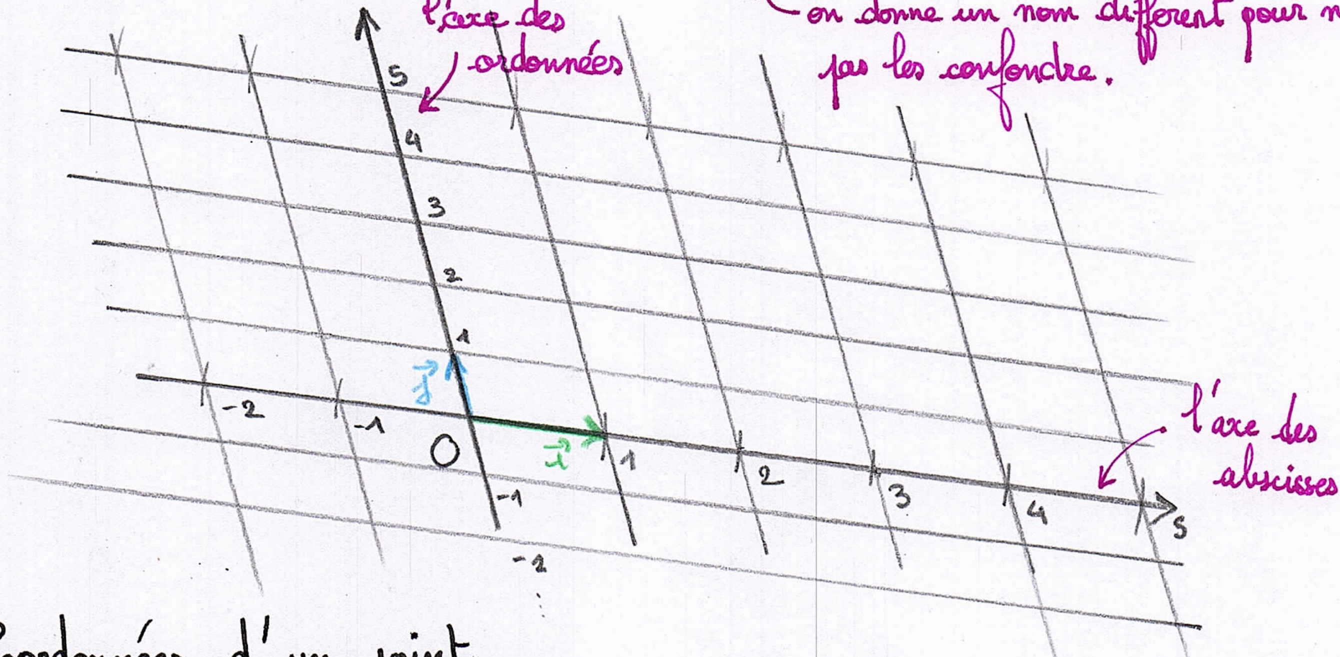
Leçon 55 : Repères cartésiens

① Repères cartésiens

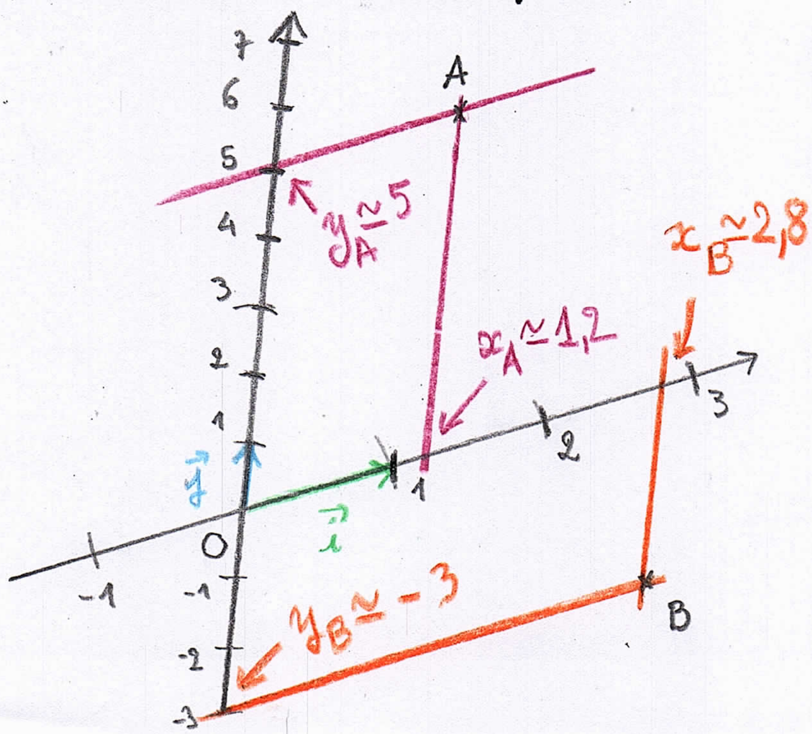
Définition : un <u>repère cartésien</u> est la donnée d'un point O (l'<u>origine</u> du repère) et de deux vecteurs <u>non colinéaires</u> $\vec{i}$ et $\vec{j}$.
On écrit $\mathcal{R} = (O; \vec{i}; \vec{j})$.

Les <u>axes</u> du repère sont la droite graduée $(O; \vec{i})$ « axe des abscisses » et la droite graduée $(O; \vec{j})$ « axe des ordonnées ».

on donne un nom différent pour ne pas les confondre.



② Coordonnées d'un point



Soit $\mathcal{R} = (O; \vec{i}; \vec{j})$ un repère. À chaque point M on associe deux nombres :

- son <u>abscisse</u> x_M obtenue en traçant la parallèle à l'axe des ordonnées passant par M,
- son <u>ordonnée</u> y_M obtenue en traçant la parallèle à l'axe des abscisses passant par M.

DÉFINITION : le couple $(x_M ; y_M)$ constitue les <u>coordonnées</u> de M.

<u>Ex</u> : dans la figure précédente : O a pour coordonnées $(0;0)$

A a pour coordonnées $\approx (1,2 ; 5)$

B a pour coordonnées $\approx (2,8 ; -3)$.

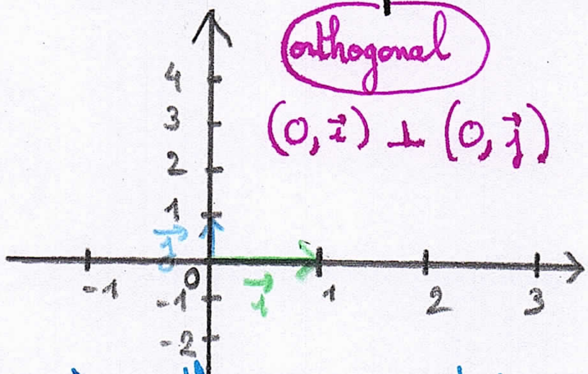
⚠ on met un ; pour ne pas confondre avec le séparateur décimal ! 1,2.

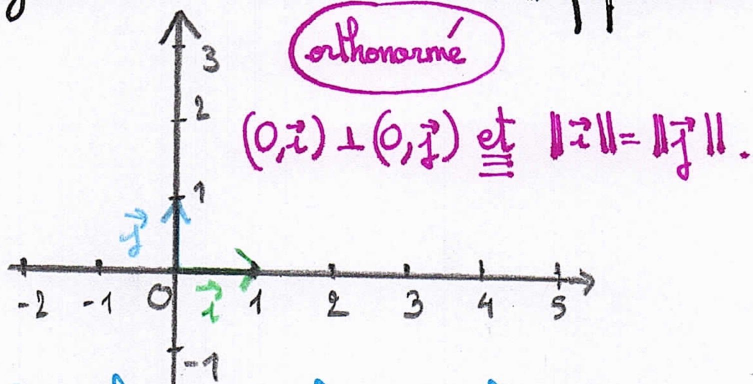
PROPRIÉTÉ : les coordonnées de M dans le repère $\mathcal{R} = (O ; \vec{i} ; \vec{j})$ sont caractérisées par la relation $\boxed{\overrightarrow{OM} = x_M \times \vec{i} + y_M \times \vec{j}}$ ♡

③ Repères particuliers

DÉFINITIONS : un repère $\mathcal{R} = (O ; \vec{i} ; \vec{j})$ est dit :

- <u>orthogonal</u> lorsque ses axes sont perpendiculaires,
- <u>orthonormé</u> lorsque ses axes sont gradués à la même échelle <u>et</u> perpendiculaires.



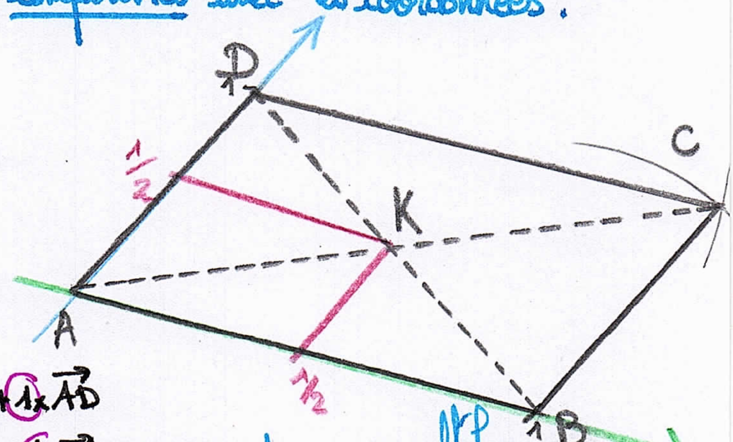


Les repères orthogonaux servent à tracer les courbes représentatives des fonctions.

Dans les repères orthonormés, la norme commune de $\vec{i}$ et $\vec{j}$ définit une <u>unité graphique</u> et une <u>unité d'aire</u> : ce sont les seuls dans lesquels les notions de longueur, d'angle, d'aire... sont <u>compatibles</u> avec les coordonnées.

④ Exemple de repère quelconque

On peut construire un repère dans n'importe quelle figure, dès lors qu'on dispose de trois points <u>non alignés</u>. Par exemple, dans le repère $\mathcal{R} = (A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$ ci-à-côté :



A$(0;0)$ c'est l'origine !

B$(1;0)$ car $\overrightarrow{AB} = 1 \times \overrightarrow{AB} + 0 \times \overrightarrow{AD}$

D$(0;1)$ car $\overrightarrow{AD} = 0 \times \overrightarrow{AB} + 1 \times \overrightarrow{AD}$

C$(1;1)$ car $\overrightarrow{AC} = 1 \times \overrightarrow{AB} + 1 \times \overrightarrow{AD}$

K$\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$ car $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{2} \times \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2} \times \overrightarrow{AD}$.

ABCD est un parallélogramme

→ voir la formule avec le ♡ en haut de cette page !