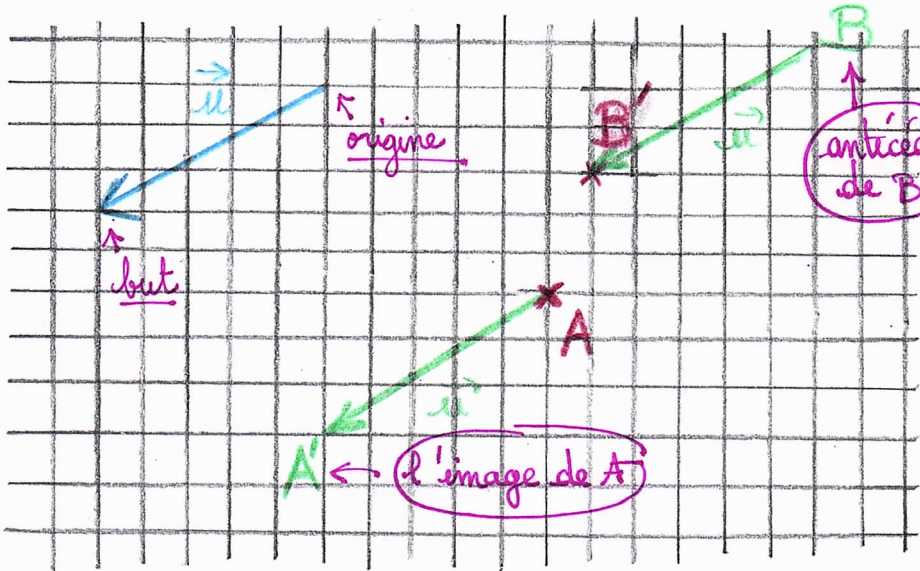


# LEÇON 52 : OPÉRATIONS SUR LES VECTEURS

## ① Image et antécédent d'un point par une translation

On note  $t$  la translation de vecteur  $\vec{u}$  ci-dessous.



• Pour trouver l'image de A par  $t$  :

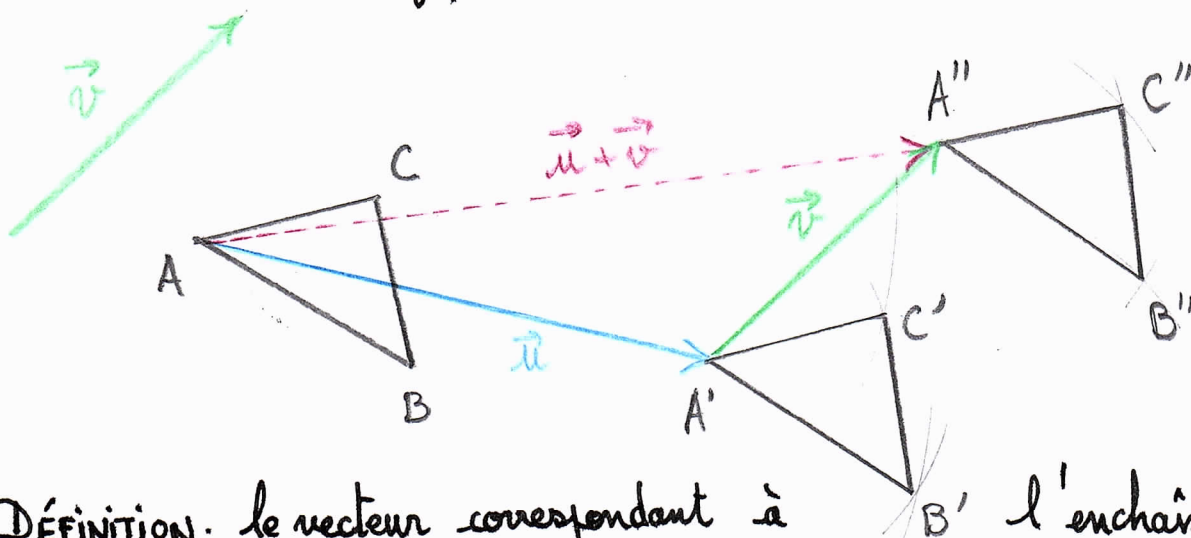
- ① On considère un représentant de  $\vec{u}$  dont l'origine est en A
- ② l'image de A est alors le but de ce représentant.

• Pour trouver l'antécédent de  $B'$  par  $t$  :

- ① On considère un représentant de  $\vec{u}$  dont le but est en  $B'$
- ② l'antécédent de  $B'$  est alors l'origine de ce représentant.

## ② Addition de deux vecteurs

Soient  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  deux vecteurs. Lorsque l'on enchaîne la translation  $t_{\vec{u}}$  et la translation  $t_{\vec{v}}$ , on obtient encore une translation.



⚠ Pour construire  $\vec{u} + \vec{v}$ , on place un représentant de  $\vec{v}$  à l'extrémité de  $\vec{u}$ .

DÉFINITION : le vecteur correspondant à l'enchaînement des deux translations se note  $\boxed{\vec{u} + \vec{v}}$ .



PROPRIÉTÉ:  $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$

Car on obtient le même résultat en effectuant  $t_{\vec{u}}$  puis  $t_{\vec{v}}$  ou  $t_{\vec{v}}$  puis  $t_{\vec{u}}$ .

THÉORÈME (RELATION DE CHASLES): aller de A vers B puis de B vers C revient à aller directement de A vers C. Autrement dit:

$$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC} \quad \heartsuit$$

### ③ Soustraction de deux vecteurs

Il y a une translation particulière: celle qui transforme n'importe quel point en lui-même (absence de déplacement). Le vecteur qui lui est associé s'appelle le vecteur nul, on le note  $\vec{0}$ .

PROPRIÉTÉS: i) pour tout point A:  $\vec{AA} = \vec{0}$ ,  
ii) pour tout  $\vec{u}$ :  $\vec{u} + \vec{0} = \vec{u}$  et  $\vec{0} + \vec{u} = \vec{u}$ .

DÉFINITION: • le vecteur associé à la transformation réciproque de  $t_{\vec{u}}$  (la translation qui permet de revenir au point de départ) se note  $-\vec{u}$ , et on l'appelle opposé de  $\vec{u}$ .

• On définit  $\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v})$ .  
↑ soustraire  $\vec{v}$  revient à ajouter son opposé.

PROPRIÉTÉS: i) pour tout  $\vec{u}$ :  $\vec{u} - \vec{0} = \vec{u}$  et  $\vec{0} - \vec{u} = -\vec{u}$ ,  
ii) pour tous A et B:  $-\vec{AB} = \vec{BA}$   
iii) pour tout  $\vec{u}$ :  $\vec{u} - \vec{u} = \vec{0}$ .



⚠ Un vecteur et son opposé ont:  
- la même direction,  
- la même norme,  
- mais des sens contraires.