

# LEÇON 49 : LA FONCTION INVERSE

Ça est la fonction  $f: \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ .

$$x \mapsto \frac{1}{x}$$

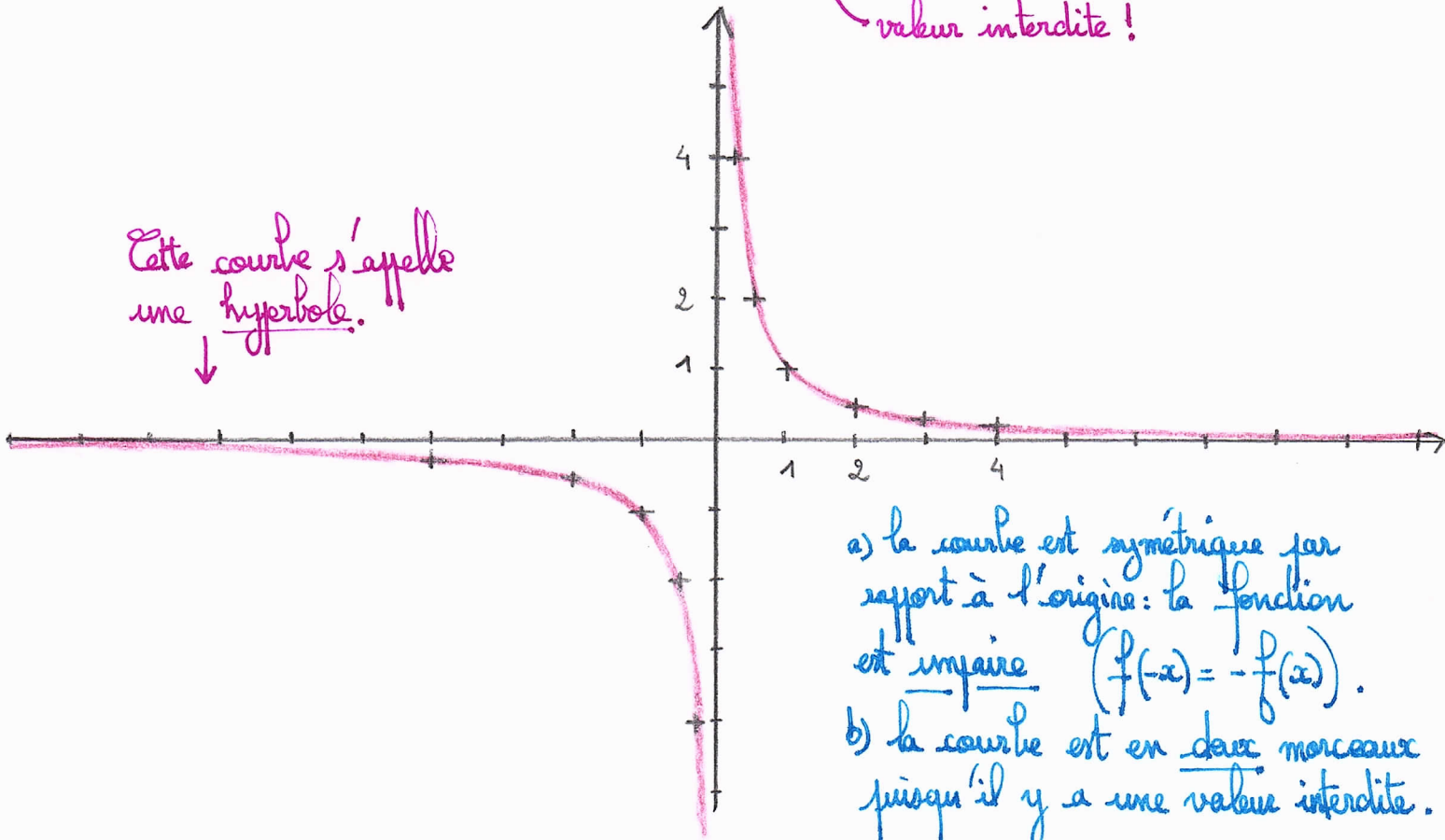
## ① Courbe représentative

$x$	-5	-4	-3	-1	-0,25	0	0,5	1	2	4	5	10
$f(x) = \frac{1}{x}$	-0,2	-0,25	$\approx -0,33$	-1	-4	/	2	1	0,5	0,25	0,2	0,1

↖ valeur interdite !

Cette courbe s'appelle une hyperbole.

↓



- a) la courbe est symétrique par rapport à l'origine: la fonction est impaire ( $f(-x) = -f(x)$ ).
- b) la courbe est en deux morceaux puisqu'il y a une valeur interdite.

## ② Propriétés

PROPRIÉTÉ:  $\frac{1}{x}$  et  $x$  sont du même signe: autrement dit, la fonction inverse est négative sur  $]-\infty; 0[$  et positive sur  $]0; +\infty[$ .

$x$	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x) = \frac{1}{x}$	-		+

une valeur interdite <sup>↗</sup> ponctuelle est indiquée par une double barre.

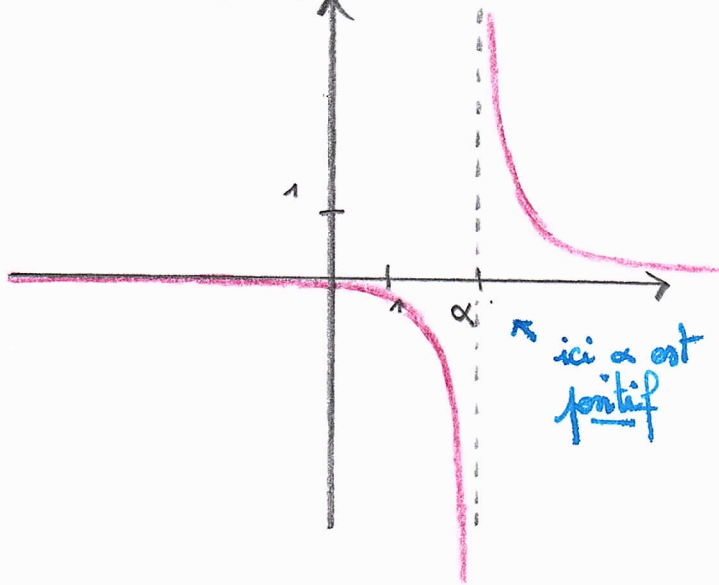
PROPRIÉTÉ: la fonction inverse est décroissante sur les deux intervalles de son domaine de définition: sur  $] -\infty; 0[$  et sur  $] 0; +\infty[$ .

$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$
$f(x) = \frac{1}{x}$	$0$		$0$

### ③ Fonctions construites à partir de la fonction inverse

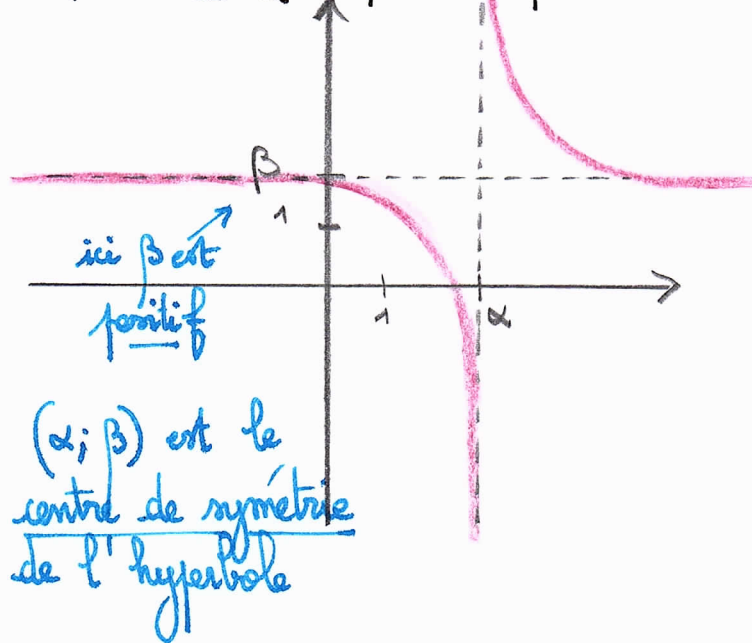
a) décalage horizontal

$$f(x) = \frac{1}{x - \alpha} \quad (\alpha \in \mathbb{R})$$



b) décalage vertical

$$f(x) = \frac{1}{x - \alpha} + \beta \quad (\alpha, \beta \in \mathbb{R})$$



Exemples: a)  $f(x) = \frac{3x - 5}{x - 2}$  peut se mettre sous la forme précédente:

$$\frac{3x - 5}{x - 2} = \frac{1 + 3x - 6}{x - 2} = \frac{1}{x - 2} + \frac{3x - 6}{x - 2} = \frac{1}{x - 2} + 3.$$

$\beta = 3$

$\alpha = 2$

b)  $g(x) = \frac{4x + 13}{x + 3}$  peut se mettre sous la forme précédente:

$$\frac{4x + 13}{x + 3} = \frac{1 + 4x + 12}{x + 3} = \frac{1}{x + 3} + \frac{4x + 12}{x + 3} = \frac{1}{x - (-3)} + 4.$$

$\beta = 4$

$\alpha = -3$