

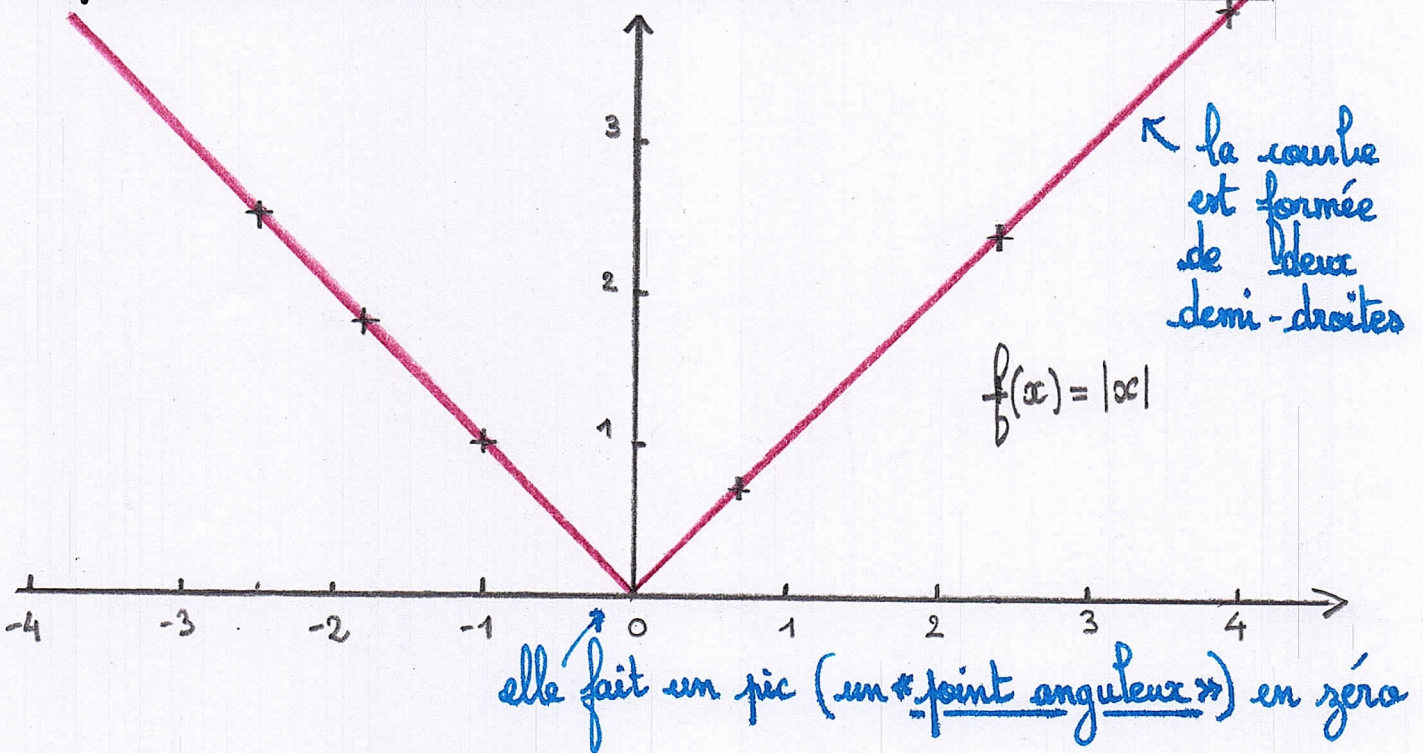
LEÇON 45: LA FONCTION VALEUR ABSOLUE

Ç'est la fonction $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. On rappelle que $|x| = x$ lorsque x est positif, et $|x| = -x$ lorsque x est négatif.

① Courbe représentative

On fait un tableau de valeurs, on place les points dans un repère, et on relie intelligemment.

x	-4	-2,5	-1,8	-1	0	0,7	2,4	3,9
$f(x) = x $	4	2,5	1,8	1	0	0,7	2,4	3,9



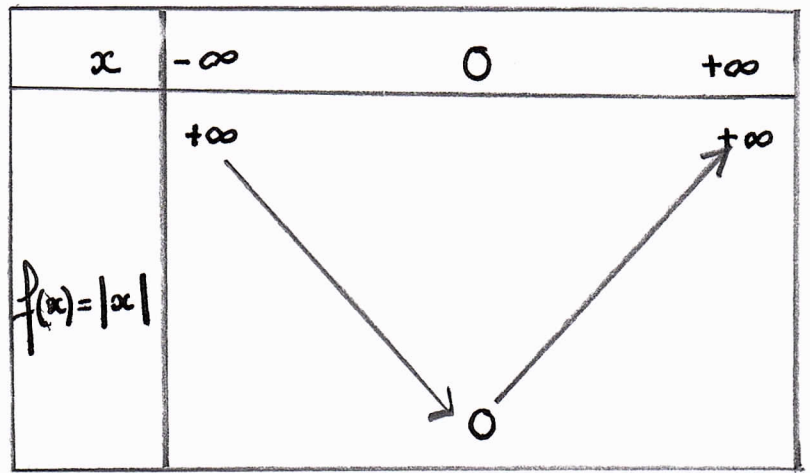
② Propriétés

PROPRIÉTÉ: la fonction valeur absolue est toujours positive.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x) = x $	+	0	+

PROPRIÉTÉ :

- i) la fonction valeur absolue est décroissante sur $]-\infty; 0]$
- ii) et elle est croissante sur $[0; +\infty[$.



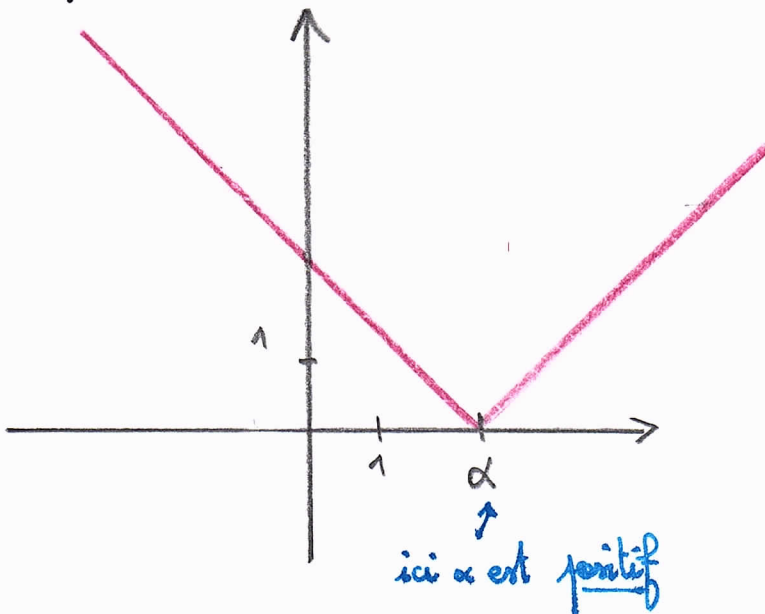
PROPRIÉTÉS ALGÈBRIQUES : quels que soient les réels x et y on a :

- i) $|x| = 0 \iff x = 0$
- ii) $|x \times y| = |x| \times |y|$
- iii) et donc $|x^n| = |x|^n$ ($n \in \mathbb{N}$)
car $|x^n| = \underbrace{|x \times x \times \dots \times x|}_{n \text{ fois}} = \underbrace{|x| \times |x| \times \dots \times |x|}_{n \text{ fois}} = |x|^n$
- iv) $|x| = \max(x; -x)$
- v) $\max(x; y) = \frac{x+y}{2} + \frac{|y-x|}{2}$
- vi) $|x+y| \leq |x| + |y|$
c'est l'inégalité triangulaire

③ Fonctions construites à partir de la valeur absolue

a) le décalage horizontal :

$$f(x) = |x - \alpha| \quad (\alpha \in \mathbb{R})$$



b) le décalage vertical :

$$f(x) = |x - \alpha| + \beta \quad (\alpha, \beta \in \mathbb{R})$$

