

LEÇON 44: CONSTRUCTION ALGÈBRE DES TABLEAUX DE SIGNES

① Ligne d'une fonction affine

Rappel: $f(x) = mx + p$ est croissante si $m > 0$ et décroissante si $m < 0$.

On a $mx + p = 0 \iff mx = -p \iff x = -\frac{p}{m}$.

PROPRIÉTÉ: le tableau de signes de $mx + p$ est :

si $m > 0$: f est croissante donc va de - vers +

si $m < 0$:

f est décroissante donc va de + vers -

x	$-\infty$	$-\frac{p}{m}$	$+\infty$
$mx + p$	-	0	+

x	$-\infty$	$-\frac{p}{m}$	$+\infty$
$mx + p$	+	0	-

↖ du côté de $+\infty$, le signe est toujours celui de m ↗

② Tableau de signes d'une fonction-produit

Ex: $f(x) = (3x + 1) \times (4 - x) \times (2x - 3)$.

1) On cherche les valeurs particulières (celles qui annulent un facteur)

$$\begin{aligned} 3x + 1 &= 0 \\ \iff 3x &= -1 \\ \iff x &= -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4 - x &= 0 \\ \iff 4 &= x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x - 3 &= 0 \\ \iff 2x &= 3 \\ \iff x &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

2) On fait un tableau avec (en haut) une ligne pour « x », (en bas) une ligne « bilan » et autant de lignes intermédiaires qu'il y a de facteurs. (donc ici 3 lignes intermédiaires)

x	$-\infty$	$+\infty$
$3x+1$		
$4-x$		
$2x-3$		
$f(x)$		

les lignes intermédiaires

la ligne bilan

3) Dans la ligne du « x », on place dans l'ordre croissant les valeurs particulières, et on fait des colonnes.

on tire les traits sous les valeurs particulières

x	$-\infty$	$-1/3$	$3/2$	4	$+\infty$
$3x+1$					
$4-x$					
$2x-3$					
$f(x)$					

4) On remplit les lignes intermédiaires avec la règle des fonctions affines.

x	$-\infty$	$-1/3$	$3/2$	4	$+\infty$
$3x+1$	-	○	+	+	+
$4-x$	+	+	+	○	-
$2x-3$	-	-	○	+	+
$f(x)$					

○ car $3x+1=0$ lorsque $x=-1/3$

○ car $4-x=0$ lorsque $x=4$

$m=3$ donc

○ +

$m=(-1)$ donc

+ ○ -

$m=2$ donc

○ +

$4-x = -1x+4$
 $m=(-1)$

○ car $2x-3=0$ lorsque $x=3/2$

5) On remplit la ligne bilan avec la règle des signes.

x	$-\infty$	$-1/3$	$3/2$	4	$+\infty$		
$3x+1$	-	○	+	+	+		
$4-x$	+	+	+	○	-		
$2x-3$	-	-	○	+	+		
$f(x)$	+	○	-	○	+	○	-

$(-) \times (+) \times (-) = (+)$ $(+) \times (+) \times (-) = (-)$ etc.

○ car $f(x)=0$ lorsque $x=4$

Rq: $(-) \times (-) \times (-) = (-)$

$(-) \times (-) \times (-) \times (-) = (+)$

→ car deux (-) font un (+).