Leçon 32 : Généralités sur les fonctions

① Formule

Une fonction est un procédé qui permet d'associer des nombres à d'autres nombres. Cela se présente ainsi :

le domaine de définition

les nom de la fonction $f : \mathcal{D} \longrightarrow \mathbb{R}$

$x \longmapsto x^2 - 3x - 4.$ la formule

une variable muette

L'association se fait ainsi : on part d'un nombre (par exemple -2) et on remplace, dans la formule, toutes les occurrences de la variable par ce nombre :

$$-2 \longmapsto (-2)^2 - 3 \times (-2) - 4 = 6.$$

On dit que 6 est l'image de -2 (par f) et on écrit

on met le f si il y a une confusion possible

se lit « f de -2 »

$-2 \longmapsto 6$ ou $-2 \overset{f}{\longmapsto} 6$ ou encore $f(-2) = 6$.

Autres exemples :

$f(4) = 4^2 - 3 \times 4 - 4 = 0$ $f\left(\frac{3}{2}\right) = \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 3 \times \frac{3}{2} - 4 = -\frac{25}{4}.$

l'image de 4 est 0   l'image de $\frac{3}{2}$ est $-\frac{25}{4}$.

② Domaine de définition, valeurs interdites

Lorsqu'il n'est pas précisé, le domaine de définition doit être trouvé en écartant toutes les valeurs interdites.

Exemple 1 : $f(x) = \dfrac{2x-3}{3x+4}$.

car on ne divise pas par zéro !

$f(x)$ a du sens $\Longleftrightarrow 3x+4 \neq 0 \Longleftrightarrow x \neq -4/3$. Donc $\mathcal{D} = \mathbb{R} - \left\{-\frac{4}{3}\right\}$.

Exemple 2 : $g(x) = \sqrt{x-5} + x - 1$.

car sous une racine carrée il doit y avoir un nombre positif !

$g(x)$ a du sens $\Leftrightarrow x-5 \geqslant 0 \Leftrightarrow x \geqslant 5$. Donc $\mathcal{D} = [5;+\infty[$.

③ Antécédents

DÉFINITION : soit $f : \mathcal{D} \to \mathbb{R}$ une fonction et soit $k \in \mathbb{R}$. On dit que $x \in \mathcal{D}$ est un antécédent de k lorsque $f(x) = k$.

$$\text{(antécédent de } k) \; x \xmapsto{f} k \; \text{(image de } x)$$

Remarque : par définition x possède une seule image, en revanche k peut avoir un, plusieurs, ou aucun antécédent.

Ex : $f(x) = x^2 - 3x - 4$. Déterminer le (ou les) antécédent(s) de -4.

$$f(x) = -4 \Leftrightarrow \underbrace{x^2-3x-4}_{\text{la formule}} = \underbrace{-4}_{k}$$
$$\Leftrightarrow x^2 - 3x = 0$$
$$\Leftrightarrow x \times (x-3) = 0$$
$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x - 3 = 0$$
$$x = 3$$

Il y a deux antécédents : 0 et 3.

♡ Pour trouver les antécédents de k, on résout l'équation $f(x) = k$, dans laquelle on remplace $f(x)$ par sa formule.

④ Tableau de valeurs

x	0	1	2	3	4
$f(x) = \dfrac{x-3}{x+1}$	-3	-1	$-\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{5}$

(antécédents)

(images)

l'image de 0 est -3 (ou $f(0) = -3$)

l'image de 2 est $-1/3$ (ou $f(2) = -1/3$)