

LEÇON 29 : INDICATEURS DE POSITION ET DE DISPERSION

① Indicateurs de position

On considère une série quantitative : 12; 30; 11; 30; 35; 17; 9; 18; 35; 40; 7; ...

DÉFINITIONS :

- i) le maximum est la plus grande valeur de la série,
- ii) le minimum est la plus petite valeur de la série,
- iii) si $x_1; x_2; \dots; x_N$ sont les valeurs, la moyenne est

on la note parfois \bar{x} →

$$m = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N} = \frac{1}{N} \times \sum_{i=1}^N x_i.$$

PROPRIÉTÉS DE LA MOYENNE : on a toujours $\min \leq \bar{x} \leq \max$. De plus, si on considère seulement les valeurs distinctes $x_1; x_2; \dots; x_K$ alors

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \times \sum n_i x_i = \sum \frac{n_i}{N} \times x_i = \sum f_i \cdot x_i.$$

Exemple : 100 lancers d'un dé

face (x_i)	1	2	3	4	5	6
effectif (n_i)	15	18	21	11	19	16

$15+18+21+11+19+16 = 100$

$$\bar{x} = \frac{1}{100} \times (15 \times 1 + 18 \times 2 + 21 \times 3 + 11 \times 4 + 19 \times 5 + 16 \times 6)$$

$$= 2,89$$

DÉFINITIONS (suite) :

iv) si les valeurs sont rangées dans l'ordre croissant ($x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_N$) on appelle médiane la valeur égale à $x_{\lfloor \frac{N}{2} \rfloor + 1}$ si N est impair, et à $\frac{1}{2} \times (x_{\lfloor \frac{N}{2} \rfloor} + x_{\lfloor \frac{N}{2} \rfloor + 1})$ si N est pair. C'est une valeur qui partage la série en deux paquets de même taille.

v) le 1^{er} quartile (resp. le 3^e quartile) est la valeur ^{Q₁ (resp. Q₃)} la plus petite telle qu'au moins un quart de la série (resp. trois quarts) est inférieure ou égale à Q₁ (resp. Q₃).

Exemple: 1; 3; 4; 4; 7; 9; 10; 12; 13; 15 (N=10)

On range d'abord la série dans l'ordre croissant.

* au moins un quart: $\frac{N}{4} = \frac{10}{4}$ (donc 3 valeurs) donc Q₁ = 4

* au moins trois quarts: $\frac{3}{4}N = \frac{30}{4}$ (donc 8 valeurs) donc Q₃ = 12.

② Cas d'une série regroupée en classes

classe	[0;10[[10;20[[20;30[[30;60]
centre	5	15	25	45
effectif	112	249	315	124

$$112 + 249 + 315 + 124 = 800$$

$$\bar{x} \approx \frac{(112 \times 5 + 249 \times 15 + 315 \times 25 + 124 \times 45)}{800} \approx 22,2$$

pour calculer (une valeur approchée de) la moyenne, on utilise les centres des classes.

③ Indicateurs de dispersion

DÉFINITIONS:

i) l'étendue est $e = \max - \min$,

ii) l'écart interquartile est $e_{IQ} = Q_3 - Q_1$,

iii) l'écart-type est la racine carrée de la moyenne des carrés des écarts à la moyenne, c'est-à-dire

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \times \sum (x_i - \bar{x})^2}$$

Remarque: toutes ces paramètres sont homogènes aux valeurs de la série: si les valeurs sont exprimées en mètres par ex., alors min, max, \bar{x} , méd, Q₁, Q₃, e, e_{IQ}, σ sont aussi en mètres.