

LEÇON 17 : RÈGLES SUR LES PUISSANCES

① Manipulation des exposants

PROPRIÉTÉS: quels que soient les entiers m, n et les réels a et b , on a:

$$a^{m+n} = a^m \times a^n$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$(a \times b)^n = a^n \times b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$(a^m)^n = a^{m \times n} = a^{n \times m} = (a^n)^m$$

Remarque: lorsqu'il y a une division ou un exposant négatif, il faut supposer que a (ou b) est différent de zéro.

② Manipulation des racines carrées

PROPRIÉTÉS: quels que soient $a, b \geq 0$ on a:

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

et (si $b > 0$)

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

Remarque: $\sqrt{\quad}$ a les mêmes propriétés qu'un exposant $\frac{1}{2}$; ainsi par exemple $\sqrt{3^7} = \sqrt{(3^{\frac{1}{2}})^7} = 3^{\frac{7}{2}} = 3^{3+\frac{1}{2}} = 3^3 \times 3^{\frac{1}{2}} = 3^3 \times \sqrt{3}$.

Autre remarque: on a toujours $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$, sauf si $a=0$ ou $b=0$.

PROPRIÉTÉ: pour tout réel x on a $\sqrt{x^2} = |x|$ (la valeur absolue de x), c'est-à-dire ce qu'il en reste quand on enlève le signe).

⚠ et ne pas confondre avec la définition $(\sqrt{x})^2 = x$, qui elle n'est valable que pour $x \geq 0$.

③ Écriture scientifique des nombres

Tout nombre (à part zéro) s'écrit sous la forme

$$x = \underbrace{-}_{\text{le signe}} \underbrace{4,509917}_{\text{la mantisse}} \times \underbrace{10}_{\text{la base}}^{\underbrace{-17}_{\text{l'exposant}}}$$

← la valeur absolue

Cette écriture est unique si l'on impose que la mantisse soit dans l'intervalle $[1; 10[$. Avec cette normalisation, on obtient l'écriture scientifique de x .

Ex: $17,05 \times 10^{-2} = 1,705 \times 10^{-1}$ ← l'écriture scientifique

④ Retour sur les unités de mesure

* Conversion d'une unité simple: $3,52 \times 10^{-4}$ cm

$$= 3,52 \times 10^{-4} (10^{-5} \text{ km})$$

$$= 3,52 \times 10^{-9} \text{ km}$$

$$1 \text{ cm} = 10^{-5} \text{ km}$$

car cm et km sont distants de 5 colonnes dans le tableau

On applique les formules sur les exposants pour faciliter les calculs.

* Conversion d'une unité-puissance: $3,04 \times 10^8$ cm³

$$= 3,04 \times 10^8 (10^{-2} \text{ m})^3$$

$$= 3,04 \times 10^8 (10^{-6} \text{ m}^3)$$

$$= 3,04 \times 10^2 \text{ m}^3$$

1 cm = 10⁻² m car cm et m sont distants de 2 colonnes dans le tableau

$$\bullet (a \times b)^n = a^n \times b^n$$

$$\Rightarrow (10^{-2} \text{ m})^3 = (10^{-2})^3 \text{ m}^3$$

$$\bullet (a^m)^n = a^{m \times n}$$

$$\Rightarrow (10^{-2})^3 = 10^{-6}$$