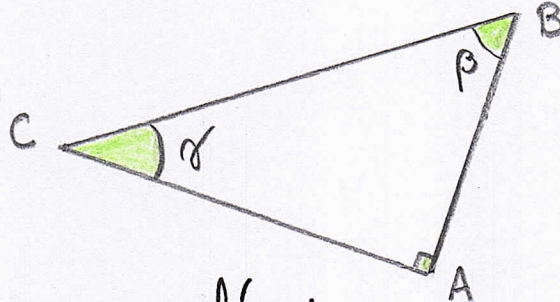


LEÇON 10 : TRIANGLES RECTANGLES

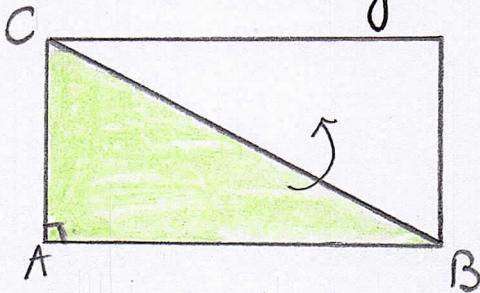
① Triangles rectangles

DÉFINITION : on dit qu'un triangle ABC est rectangle en A si l'angle \hat{A} est droit. Les deux autres angles sont alors complémentaires.



$\beta + \gamma = 90^\circ$
 (on dit que deux angles sont complémentaires si leur somme est un angle droit)

Remarque : comme son nom l'indique, un triangle rectangle est la moitié d'un rectangle, donc on peut facilement calculer son aire.



$$A_{ABC} = \frac{AB \times AC}{2}$$

THÉORÈME DE PYTHAGORE : si ABC est rectangle en A, alors

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

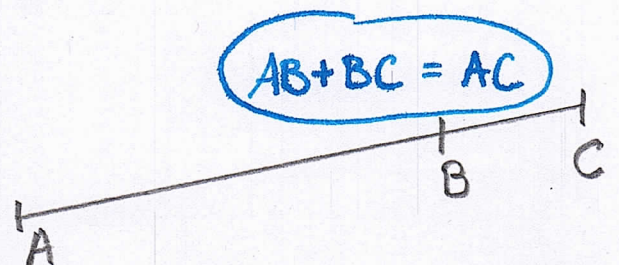
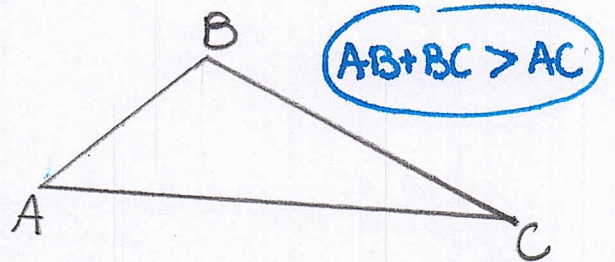
Remarque : la réciproque est vraie.

② Inégalité triangulaire

PROPRIÉTÉ : i) quels que soient les points A, B, C, on a toujours

$$AB + BC \geq AC$$

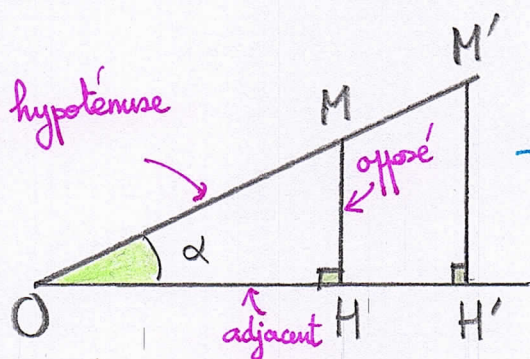
ii) Si $AB + BC = AC$, alors B est sur le segment [AC].



③ Trigonométrie

PROPRIÉTÉ : pour que deux triangles rectangles soient superposables, il faut et il suffit qu'ils aient, en dehors de l'angle droit, deux informations en commun, dont une longueur.

Plus généralement, si deux triangles rectangles ont un angle en commun (en dehors de l'angle droit), alors ils sont semblables. En déplaçant le plus petit à l'intérieur du plus grand, on obtient une situation de Thalès :



donc $\frac{OH}{OH'} \stackrel{(1)}{=} \frac{OM}{OM'} \stackrel{(2)}{=} \frac{MH}{M'H'} \stackrel{(3)}{=} \frac{OH}{OH'}$

produits en croix!

(1) $\Leftrightarrow \frac{OH}{OM} = \frac{OH'}{OM'}$

← Celui-ci s'appelle cosinus de α ...

(2) $\Leftrightarrow \frac{MH}{OM} = \frac{M'H'}{OM'}$

← ... celui-ci s'appelle sinus de α ...

(3) $\Leftrightarrow \frac{MH}{OH} = \frac{M'H'}{OH'}$

← ... et celui-ci s'appelle tangente de α .

PROPRIÉTÉ : les trois rapports

$\frac{OH}{OM}$, $\frac{MH}{OM}$ et $\frac{MH}{OH}$ ne

dépendent que de l'angle α .

On retiendra :

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{adj}}{\text{hyp}}$$

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\text{opp}}{\text{adj}}$$

Et puisque

remplacer α par son ~~complémentaire~~ complémentaire échange les côtés adjacents et opposés :

PROPRIÉTÉ : si α et β sont complémentaires, alors

$$\cos(\alpha) = \sin(\beta)$$

$$\sin(\alpha) = \cos(\beta)$$

$$\tan(\alpha) = \frac{1}{\tan(\beta)}$$

④ Triplets pythagoriciens

DÉFINITION : on dit que trois entiers strictement positifs a, b, c forment un triplet pythagorien lorsque $a^2 + b^2 = c^2$.

Deux exemples célèbres :

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

$$5^2 + 12^2 = 13^2$$