

LEÇON 9 : TAUX D'ÉVOLUTION

① Définition

On a une valeur de départ V_d et une valeur d'arrivée V_a .

DÉFINITION: le taux d'évolution entre V_d et V_a est

$$t = \frac{V_a - V_d}{|V_d|}$$

$|V_d|$ est la valeur absolue de V_d : cela veut dire qu'on « retire » le signe (s'il y en a un).

Remarques:

- i) si le taux d'évolution est positif, il y a eu augmentation entre V_d et V_a , et s'il est négatif il y a eu diminution;
- ii) ce taux n'a pas de sens si $V_d = 0$.

Exemple: un pantalon coûte 60 €. Pendant les soldes, il est affiché à 35 €. Calculons le taux d'évolution du prix.

$$\begin{aligned} \text{On a } V_d = 60 \text{ € et } V_a = 35 \text{ € donc } t &= \frac{V_a - V_d}{|V_d|} = \frac{35 - 60}{60} \\ &= \frac{-25}{60} \approx -0,4166. = \underline{\underline{-41,66... \%}}. \end{aligned}$$

② Coefficient multiplicateur

PROPRIÉTÉ: passer de V_d à V_a avec le taux d'évolution t revient à multiplier V_d par $1+t$. Ceci n'est valable que lorsque V_d est strictement positif.

Preuve: si $V_d > 0$ on a

$$t = \frac{V_a - V_d}{V_d} \iff t \times V_d = V_a - V_d \iff V_d + t \times V_d = V_a$$

factorisation \iff $V_d \times (1+t) = V_a$ C.Q.F.D.

③ Évolutions successives

Question: est-ce que deux augmentations successives de 20% reviennent à une augmentation globale de 40%? **NON!**

Vérifions avec les coefficients multiplicateurs, dans le cas où $V_d > 0$:

$$V_d \xrightarrow[\times 1,20]{+20\%} V_1 \xrightarrow[\times 1,20]{+20\%} V_a$$

$\times (1,20 \times 1,20) = \times 1,44$

$\times 1,44 = \times \left(1 + \frac{44}{100}\right)$
correspond à +44%

$\times \left(1 + \frac{20}{100}\right) = \times 1,20$
correspond à +20%

Donc deux augmentations successives de 20% correspondent à une augmentation globale de 44%.

④ Évolution réciproque

DÉFINITION: le taux d'évolution réciproque est celui qu'il faut appliquer à V_a pour revenir à V_d :

$$t_{\text{réc}} = \frac{V_d - V_a}{|V_a|}$$

$$t_{\text{réc}} \neq -t \quad \triangle$$

Remarque: ce n'est pas l'opposé de t . Voyons par exemple ce qu'il se passe si l'on augmente 100 € de 20%, et qu'on diminue le résultat de 20%:

$$100 \text{ €} \xrightarrow[\times 1,20]{+20\%} 120 \text{ €} \xrightarrow[\times 0,80]{-20\%} 96 \text{ €}$$

$1 + \frac{20}{100} = 1,20$ $1 - \frac{20}{100} = 0,80$

Ç'est moins qu'au départ!