

# LEÇON 7: PUISSANCES, RACINES CARRÉES, PUISSANCES DE 10, NOMBRES DÉCIMAUX

## ① Puissances

DÉFINITION: soit  $a$  un nombre.

i) Pour  $n = 1; 2; 3; 4; \dots$  on pose  $a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{\text{avec } n \text{ fois le } a}$ .

ii) On pose  $a^0 = 1$ .

iii) Pour  $n = 1; 2; 3; 4; \dots$  on pose  $a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \frac{1}{a \times a \times a \times \dots \times a}$ .

Du vocabulaire:  $15^7$  ← l'exposant  
 la base ↗

nom du calcul	nom du résultat
addition	somme
soustraction	différence
multiplication	produit
division	quotient
exponentiation	puissance

Puissances de 2:

$$2^0 = 1; 2^1 = 2; 2^2 = 4; 2^3 = 8; 2^4 = 16; 2^5 = 32 \dots$$

(x2) (x2)

Puissances de 5:

$$5^0 = 1; 5^1 = 5; 5^2 = 25; 5^3 = 125; 5^4 = 625; 5^5 = 3125 \dots$$

(x5) (x5)

## ② Racines carrées

DÉFINITION: soit  $a$  un nombre positif. On appelle racine carrée de  $a$  l'unique nombre positif qui multiplié par lui-même donne  $a$ . On le note  $\sqrt{a}$ .

Remarques ♥: i) par définition:  $\boxed{\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a}$ .

ii) la racine carrée d'un nombre négatif n'existe pas.

$\sqrt{0} = 0$	$\sqrt{3} \approx 1,732 \dots$	$\sqrt{6} \approx 2,449$	$\sqrt{9} = 3$
$\sqrt{1} = 1$	$\sqrt{4} = 2$	$\sqrt{7} \approx 2,646 \dots$	$\sqrt{10} \approx 3,162 \dots$
$\sqrt{2} \approx 1,414 \dots$	$\sqrt{5} \approx 2,236 \dots$	$\sqrt{8} \approx 2,828 \dots$	<del><math>\sqrt{-1}</math></del> n'existe pas!



### ③ Puissances de 10

$$10^0 = 1; 10^1 = 10; 10^2 = 100; 10^3 = 1000$$

$$10^{-1} = 0,1 = \frac{1}{10}; 10^{-2} = 0,01 = \frac{1}{100}; 10^{-3} = 0,001 = \frac{1}{1000}$$

Les grands nombres :

$$10^6 = \text{un million (one million)}$$

$$10^9 = \text{un milliard (one billion)}$$

$$10^{12} = \text{un billion (one trillion)}$$

$$10^{15} = \text{un billiard (one quadrillion)}$$

$$10^{18} = \text{un trillion (one quintillion)}$$



l'exposant indique le nombre de zéros!

$$10^{14} = \underbrace{100\,000\,000\,000\,000}_{14 \text{ zéros}}$$

$$10^{-5} = \underbrace{0,000\,01}_{5 \text{ zéros}}$$

les français utilisent l'échelle longue...

...tandis que les anglais utilisent l'échelle courte

RÈGLES: i) multiplier un nombre par une puissance de 10 revient à décaler la virgule vers la droite : ça devient plus grand!

$$2\,173,1415\,265... \times 10^5 = 217\,314\,152,65...$$

5 positions

ii) diviser un nombre par une puissance de 10 revient à décaler la virgule vers la gauche : ça devient plus petit!

$$59\,765,123\,4... \div 10^3 = 59,765\,123\,4...$$

3 positions

Remarque : si les exposants sont negatifs, les situations s'inversent.

### ④ Nombres décimaux

DÉFINITION : on appelle nombre décimal un nombre qu'on peut écrire comme le quotient d'un entier (relatif) par une puissance de 10. Il a donc un nombre fini de chiffres « après la virgule ».

$$\frac{4\,152}{1000} = 4,152 \quad \text{décimal}$$

$$\frac{1}{3} = 0,333\,333\,333... \quad \text{pas décimal!}$$