Leçon 2 : Divisions, Fractions, PGCD & PPCM

① Multiplications à trou

produit produit

$3{,}52 \times \square = 0{,}77$ ou $\square \times 3{,}52 = 0{,}77$

Lorsqu'on renverse l'opération, le produit devient le <u>dividende</u>.

$$\underbrace{0{,}77}_{\text{dividende}} \div \underbrace{3{,}52}_{\text{diviseur}} = \underbrace{0{,}21875}_{\text{quotient}}$$

<u>Règle</u> : on ne peut pas diviser par zéro.

* $0 \times \square = 4{,}5$ → impossible car lorsqu'on multiplie par zéro, on obtient toujours zéro.

* $0 \times \square = 0$ → impossible de calculer $\square$ car <u>n'importe quel</u> nombre peut convenir !

② Fractions, nombres rationnels

<u>Définition</u> : le quotient $a \div b$ se note aussi $\frac{a}{b}$. C'est une fraction.

<u>Définition</u> : les nombres qui peuvent s'écrire comme une fraction de deux entiers sont appelés <u>rationnels</u>.

Exemple : $\dfrac{3{,}5}{1{,}24} = \dfrac{350}{124}$ est rationnel.

③ Division euclidienne (pour les nombres positifs)

<u>Définition</u> : effectuer la <u>division euclidienne</u> de a par b consiste à trouver un <u>entier</u> q et un nombre r strictement

plus petit que b tels que $a = b \times q + r$.

Exemple : $\underbrace{48}_{a} = \underbrace{13}_{b} \times \underbrace{3}_{q} + \underbrace{9}_{r}$. Le nombre r s'appelle le reste.

RÈGLE : on trouve q en calculant la partie entière de $\frac{a}{b}$.

Exemple : $a = 9{,}5$ et $b = 2{,}4$. On a $\frac{a}{b} = 3{,}958333....$ donc $q = 3$.

On trouve r par soustraction :

$$\underbrace{9{,}5}_{a} = \underbrace{2{,}4}_{b} \times \underbrace{3}_{q} + \underbrace{2{,}3}_{= a - b \times q = 9{,}5 - 2{,}4 \times 3}.$$

④ Algorithme d'Euclide

On part de deux entiers a et b et on fait une succession de divisions euclidiennes.

$$\overset{a}{105} = \overset{b}{75} \times 1 + 30$$
$$75 = 30 \times 2 + 15$$
$$30 = \boxed{15} \times 2 + 0$$

DÉFINITION : le dernier reste non nul s'appelle le PGCD de a et b.

Ici PGCD$(105 ; 75) = 15$.

RÈGLE : pour rendre une fraction d'entiers irréductible, il faut diviser son numérateur et son dénominateur par leur PGCD.
Si le PGCD est égal à 1, la fraction est déjà irréductible.

numérateur

Exemple : $\frac{105}{75} = \frac{7 \times 15}{5 \times 15} = \frac{7}{5}$ (irréductible)

dénominateur

⑤ PPCM

DÉFINITION : le PPCM de a et b est le plus petit nombre (hormis 0) qui apparaît dans la table de a et celle de b.

$105 \times 1 = 105$	$75 \times 1 = 75$
$105 \times 2 = 210$	$75 \times 2 = 150$
$105 \times 3 = 315$	$75 \times 3 = 225$
$105 \times 4 = 420$	$75 \times 4 = 300$
$105 \times 5 = 525$	$75 \times 5 = 375$
$105 \times 6 = 630$	$75 \times 6 = 450$
⋮	$75 \times 7 = 525$
	⋮

Donc PPCM$(105 ; 75) = 525$.