

DEVOIR SURVEILLÉ N°1

samedi 7 octobre 2023, 55 minutes

Les exercices sont indépendants et peuvent être traités dans un ordre quelconque. Ils ne sont pas nécessairement rangés par ordre de difficulté. Les durées sont indicatives.

EXERCICE I — SUITE ARITHMÉTIQUE (13 MINUTES)

On considère une suite $(u_n)_{n \geq 0}$ qui commence par les termes

$$u_0 = 12 \quad u_1 = 16 \quad u_2 = 20 \quad u_3 = 24 \quad u_4 = 28$$

- 1) Justifier que ces premiers termes suivent une progression arithmétique.
- 2) On suppose dorénavant que la suite est arithmétique. Que vaut u_8 ?
- 3) Y a-t-il, dans cette suite, un terme égal à 197 ? Justifier la réponse.
- 4) Calculer u_{1000} .
- 5) On a $u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 100$. Que vaut

$$S = u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{1000} ?$$

EXERCICE II — ÉQUATIONS (12 MINUTES)

Résoudre les équations suivantes :

- 1) $3x + 4 = 7x - 9$,
- 2) $\frac{x+4}{2} = 2x + 1$,
- 3) $(x+4)^2 = 9$,
- 4) $(2x+1)(x-3) = 2x^2 + 1$.

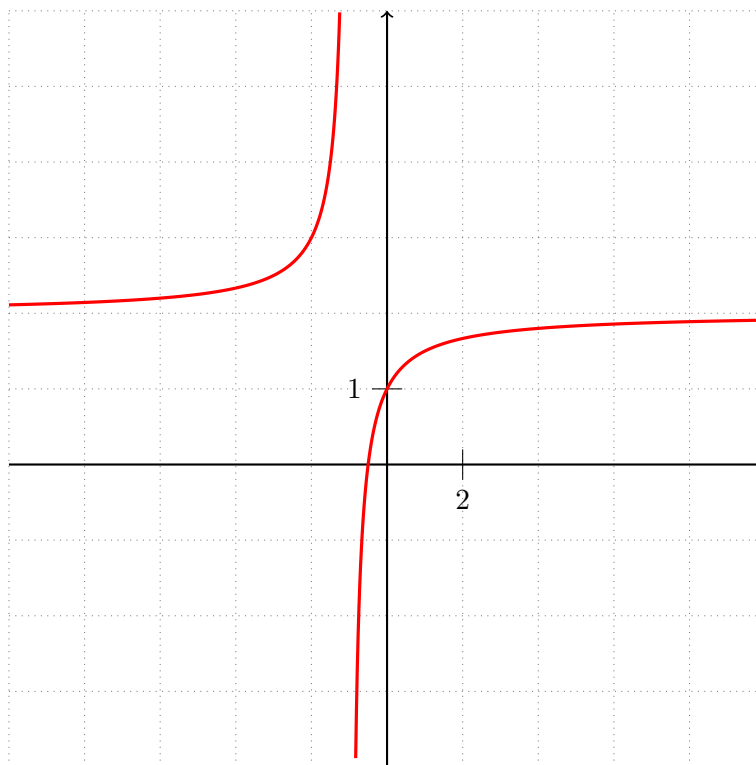
EXERCICE III — UNE FONCTION HOMOGRAPHIQUE (15 MINUTES)

On considère la fonction f définie par la formule

$$f(x) = \frac{2x+1}{x+1}.$$

- 1) Quel est le domaine de définition de f ?
- 2) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

Voici la courbe représentative de f .



- 3) Voit-on, sur le dessin, des asymptotes à la courbe représentative de f ? Si oui, lesquelles?
- 4) On rappelle la formule $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \times v - u \times v'}{v^2}$. Calculer $f'(x)$.
- 5) Tracer, sur le graphique ci-dessus, la droite d'équation $y = f(0) + f'(0) \times x$.

EXERCICE IV — UNE FONCTION POLYNOMIALE (15 MINUTES)

On considère la fonction $f(x) = (x - 3) \times (2x + 4)$.

- 1) Calculer $f(0)$.
- 2) Calculer $f(-1)$.
- 3) Calculer $f(1/2)$.
- 4) Dresser le tableau de signe de $f(x)$.
- 5) Déterminer les antécédents (s'il y en a) de 0 par f .
- 6) Résoudre l'équation $f(x) = -12$.

Exercice I — Suite arithmétique

1.1) ?