LEÇON 14 : DISTRIBUTIONS, IDENTITÉS REMARQUABLES

DÉVELOPPER →

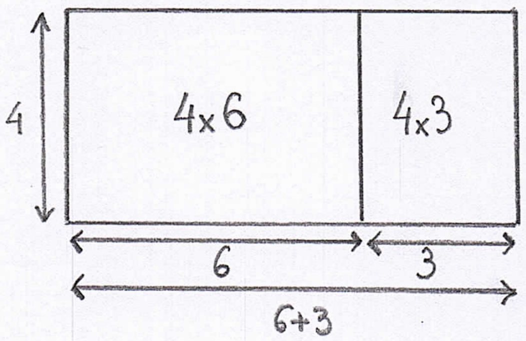
← FACTORISER

la formule s'utilise dans les deux sens !

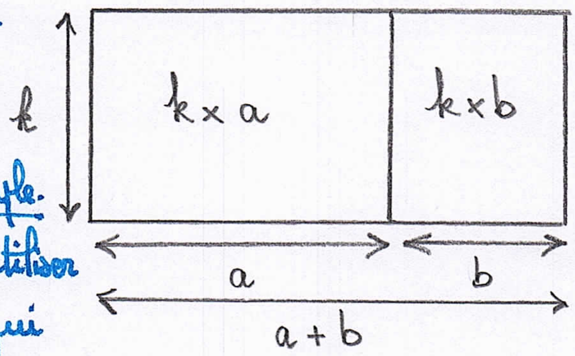
① Distributivité simple

RÈGLE : quels que soient a, b et k on a $\boxed{k \times (a+b) = k\times a + k \times b}$.

Rappel : $k\times a$ est l'aire d'un rectangle de dimensions k et a. La preuve de la formule se fait donc avec un petit dessin :



Pour faire une démonstration, on ne peut pas utiliser un exemple. Il faut donc utiliser des variables qui représentent des quantités arbitraires.



$$4 \times (6+3) = 4\times 6 + 4\times 3$$

exemple : valeurs ~~particulières~~ particulières

$\longleftarrow \neq \longrightarrow$

$$k\times(a+b) = k\times a + k\times b$$

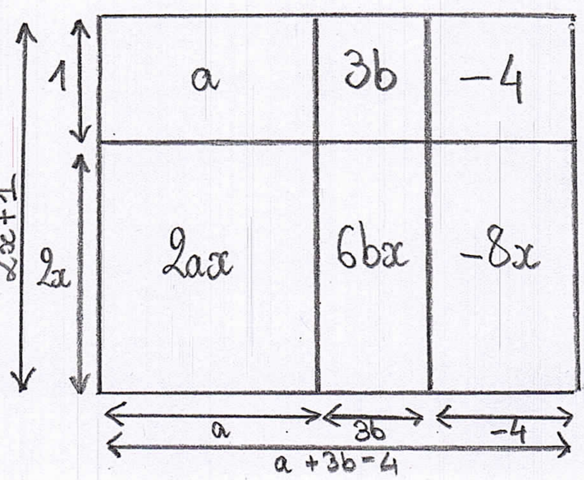
cas général : lettres donc valeurs quelconques.

② Double-distributivité

~~Exemple~~ Ce qui précède se généralise pour développer le produit de deux parenthèses. Par exemple :

$2 \times 3 = 6$ termes

$$(2x+1)\times(a+3b-4) = 2ax + a + 6bx + 3b - 8x - 4$$



RÈGLE : s'il y a m termes dans la première parenthèse, et n termes dans la seconde, il y aura (avant simplifications éventuelles) $m\times n$ termes dans le développement.

③ Situations particulières

RÈGLE : un signe ⊖ devant une (ou plusieurs) parenthèse(s) se distribue sur <u>tous</u> les termes du développement :

$$-(3x-4y+5) = -3x+4y-5$$

$$-(x+1)(y-3) = -\underbrace{\left[xy+y-3x-3\right]}_{\text{parenthèses provisoires}} = -xy-y+3x+3 \,.$$

RÈGLE : pour développer un produit de plus de deux parenthèses, on procède deux par deux :

$$\underbrace{(x+1)(y-3)}_{\text{on commence par les deux premiers (par exemple)}}(z+2) = \underbrace{\left[xy+y-3x-3\right]}_{\text{parenthèses provisoires}}\times(z+2)$$

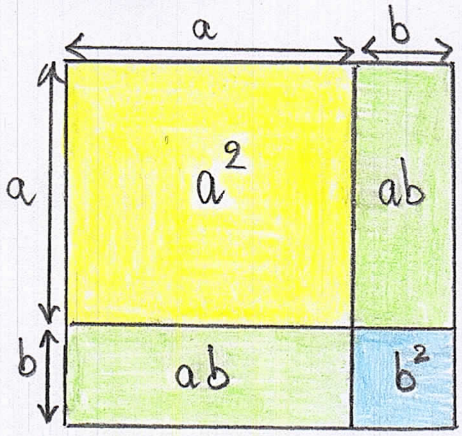
$$= xyz+yz-3xz-3z+2xy+2y-6x-6 \,.$$

④ Identités remarquables

PROPRIÉTÉS : quels que soient a et b on a :

$$\underbrace{\boxed{(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2}}_{1^{\text{ère}}\text{ identité remarquable}} \qquad \underbrace{\boxed{(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2}}_{2^{\text{ème}}\text{ identité remarquable}} \qquad \underbrace{\boxed{(a+b)\times(a-b) = a^2-b^2}}_{3^{\text{ème}}\text{ identité remarquable}} \,.$$

Démontrons la première avec un dessin...



$$(a+b)^2 = a^2+ab+ab+b^2$$

... la deuxième avec une substitution : on remplace b par (-b) dans la 1ère :

$$(a+(-b))^2 = a^2+2\times a\times(-b)+(-b)^2$$

$$\Leftrightarrow \quad (a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$$

... et la troisième par un calcul :

$$(a-b)\times(a+b) = a^2\cancel{-ab}\cancel{+ab}-b^2$$

$$= a^2-b^2$$

C.Q.F.D.