

LEÇON 13: SUBSTITUTIONS & ÉVALUATIONS

① Variables muettes

Une variable muette est un symbole qui, dans une expression, peut être remplacé par n'importe quoi. En 2^{nde}, on s'en sert pour définir les fonctions:

$$f(x) = x^2 - 3x + 1$$

↑ ↑ ↑
une variable muette

pourrait
tout aussi
bien s'écrire

$$f(t) = t^2 - 3t + 1$$

$$f(\heartsuit) = \heartsuit^2 - 3 \times \heartsuit + 1$$

$$f(\square) = \square^2 - 3 \times \square + 1$$

t, ♥ et □ sont d'autres
variables muettes

② Évaluations

Évaluer une expression consiste à remplacer toutes les variables qu'elle contient par des valeurs. Toutes les occurrences d'une même variable doivent être remplacées par la même valeur.

Exemples:

$$x^2 - 3x + 1$$

un exemple avec une variable: x

$$\begin{aligned} \text{en } x=4: & 4^2 - 3 \times 4 + 1 \\ & = 16 - 12 + 1 \\ & = \underline{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{en } x=-2: & (-2)^2 - 3 \times (-2) + 1 \\ & = 4 + 6 + 1 \\ & = \underline{11} \end{aligned}$$

il y a 2
occurrences
de x, qui
doivent
être toutes
remplacées par
la même valeur.

un exemple avec
deux variables:

$$p = 2 \times (L + l)$$

L et l

$$\text{avec } L=12 \text{ et } l=5:$$

$$\begin{aligned} p &= 2 \times (12 + 5) \\ &= 2 \times 17 \\ &= \underline{34} \end{aligned}$$

③ Substitutions

Substituer une expression à une variable consiste à remplacer toutes les occurrences de cette variable par cette expression. Lorsqu'on remplace, on met toujours des parenthèses autour de l'expression.

Exemple: substituer $1+\sqrt{2}$ à x dans $x^2 - 3x + 1$

$$\text{donne } \underbrace{(1+\sqrt{2})^2}_{\substack{\text{parenthèses autour} \\ \text{de } 1+\sqrt{2}}} - 3 \times \underbrace{(1+\sqrt{2})}_{\substack{\text{parenthèses autour} \\ \text{de } 1+\sqrt{2}}} + 1 \quad \text{et pas } \cancel{1+\sqrt{2}^2 - 3 \times 1 + \sqrt{2} + 1}$$

Autre exemple: substituer -3 à x dans $x^2 - 3x + 1$

$$\begin{aligned} \text{donne } & \underline{(-3)^2} - 3 \times \underline{(-3)} + 1 \quad \text{et pas } \underline{-3^2} - 3 \times \underline{-3} + 1 \\ & = 9 + 9 + 1 \\ & = 19 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -3^2 &= -9 \\ \neq (-3)^2 &= 9 \end{aligned}$$

⚠ On ne met jamais deux symboles d'opération à la suite.

Remarque: une évaluation est donc un cas particulier de substitution: on substitue une valeur à une variable.

Exemple plus compliqué: substituer $x+1$ à a et $x-1$ à b dans

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad \text{donne:}$$

$$\left(\underbrace{(x+1)}_a + \underbrace{(x-1)}_b \right)^2 = \underbrace{(x+1)^2}_a + 2 \times \underbrace{(x+1)}_a \times \underbrace{(x-1)}_b + \underbrace{(x-1)^2}_b$$

$$\Leftrightarrow (x+1+x-1)^2 = (x+1)^2 + 2(x+1)(x-1) + (x-1)^2$$

$$\Leftrightarrow (2x)^2 = (x+1)^2 + 2(x+1)(x-1) + (x-1)^2$$

Et ainsi on peut fabriquer plein de nouvelles formules!