

LEÇON 12 : RÈGLES SUR LES FRACTIONS

① Multiplications

RÈGLES: quels que soient les nombres a, b, c et d , on a :

$$\boxed{a \times \frac{b}{c} = \frac{a \times b}{c} = \frac{a}{c} \times b} \quad \text{et} \quad \boxed{\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}}$$

Évidemment ceci n'a de sens que si les dénominateurs sont différents de zéro.

Exemples: $5 \times \frac{4}{3} = \frac{20}{3}$, $\frac{x}{2} = \frac{1}{2}x$, $\frac{1}{2} \times (x+1) = \frac{x+1}{2}$,
 $\frac{2}{7} \times 9 = \frac{18}{7}$, $\frac{\sqrt{3}}{6} = \frac{1}{6}\sqrt{3}$, $\frac{a}{2} \times \frac{3}{b} = \frac{3a}{2b}$ etc..

② Simplifications

RÈGLE: quels que soient a, b, d on a

$$\boxed{\frac{a \times d}{b \times d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{d} = \frac{a}{b}} \quad \text{ce qu'on abrège en} \quad \boxed{\frac{a \times d}{b \times d} = \frac{a}{b}}$$

$= 1$

Exemples: $\frac{60}{48} = \frac{5 \times \cancel{12}}{4 \times \cancel{12}} = \frac{5}{4}$, $\frac{\cancel{2}x}{\cancel{3}x} = \frac{2}{3}$, $\frac{3a^2b}{6a} = \frac{\cancel{3} \times a \times a \times b}{\cancel{3} \times 2 \times a} = \frac{ab}{2}$, $\frac{5}{15} = \frac{\cancel{5} \times 1}{\cancel{5} \times 3} = \frac{1}{3}$

⚠ Quand il n'y a plus rien, il reste 1.

$\frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ ne se simplifie pas (car on ne peut pas « sortir » un $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ pour l'éliminer).

③ Additions et soustractions

RÈGLE: pour additionner (ou soustraire) des fractions, on doit les réduire au même dénominateur.

Exemples: $\frac{1 \times 4}{3 \times 4} + \frac{1 \times 3}{4 \times 3} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$,

$\frac{5 \times 2}{5 \times 1} + \frac{1}{5} = \frac{10}{5} + \frac{1}{5} = \frac{11}{5}$,

$\frac{2 \times x}{2 \times 1} + \frac{1}{2} = \frac{2x}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2x+1}{2}$,

$\frac{1 \times 2}{x \times 2} + \frac{1 \times \sqrt{x}}{2 \sqrt{x} \times \sqrt{x}} = \frac{2}{2x} + \frac{\sqrt{x}}{2x} = \frac{2+\sqrt{x}}{2x}$.

Réciproquement, on peut « casser » une fraction-somme (ou différence):

$\frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{1 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 = \frac{1}{2}\sqrt{2} + 1$.

④ Fractions à étages

RÈGLE: diviser par une fraction revient à multiplier par son inverse:
pour tous a, b, c et d on a $\frac{a/b}{c/d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$.

Exemples: $\frac{\frac{7}{4}}{\frac{21}{12}} = \frac{7}{4} \times \frac{12}{21} = \frac{7 \times 4 \times 3}{4 \times 3 \times 7} = 1$,

La barre de fraction principale doit être au même niveau que le ⊖.

⚠ Quand il n'y a plus rien, il reste 1.

$\frac{\frac{x+1}{2}}{\frac{3}{x-1}} = \frac{x+1}{2} \times \frac{x-1}{3} = \frac{(x+1)(x-1)}{2 \times 3} = \frac{x^2-1}{6}$.

l'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$.