Leçon 6 : Multiples, diviseurs, nombres premiers

① Ensembles (de nombres)

Pour énumérer les éléments d'un ensemble, on utilise des <u>accolades</u> :

$$\mathcal{A} = \{1;3;7;10;15;16\}$$
$$\mathcal{B} = \{2;3;5;10;15;18;27\}.$$

Remarque : il n'y a jamais de répétition dans un ensemble.

<u>Définition</u> : l'ensemble des éléments obtenu en regroupant ceux de $\mathcal{A}$ et de $\mathcal{B}$ s'appelle l'<u>union</u> de $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$:

$$\mathcal{A} \cup \mathcal{B} = \{1;2;3;5;7;10;15;16;18;27\}.$$

se lit : « $\mathcal{A}$ union $\mathcal{B}$ »

⚠ Il n'y a jamais de répétition dans un ensemble !

<u>Définition</u> : l'ensemble des éléments qui sont à la fois dans $\mathcal{A}$ et dans $\mathcal{B}$ s'appelle l'<u>intersection</u> de $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$:

$$\mathcal{A} \cap \mathcal{B} = \{3;10;15\}.$$

se lit : « $\mathcal{A}$ inter $\mathcal{B}$ »

Deux ensembles particuliers : $\mathbb{N} = \{0;1;2;3;\dots\}$ les <u>entiers naturels</u>

$\mathbb{Z} = \{\dots;-2;-1;0;1;2;\dots\}$ les <u>entiers relatifs</u>.

② Multiples

Pour simplifier on ne considère ici que des entiers naturels.

<u>Définition</u> : les <u>multiples</u> de a sont les nombres qui apparaissent dans la table de a :

$$\mathcal{M}(a) = \{0;a;2a;3a;4a;\dots\}.$$

Remarque : sauf lorsque $a=0$, l'ensemble $\mathcal{M}(a)$ est <u>infini</u>.

L'intersection $\mathcal{M}(a) \cap \mathcal{M}(b)$ est formée des multiples <u>communs</u> à a et b. Le plus petit d'entre eux <u>après</u> 0 est le <u>PPCM</u> de a et b.

③ Diviseurs

<u>DÉFINITION</u> : les diviseurs de a sont les nombres dont a est un multiple :

$\mathcal{D}(6) = \{1;2;3;6\}$ $\mathcal{D}(9) = \{1;3;9\}$ $\mathcal{D}(12) = \{1;2;3;4;6;12\}$

Remarque : sauf lorsque a = 0, cet ensemble est <u>fini</u>.

Diviseur	Critère
2	Se terminer par 0, 2, 4, 6, 8.
3	La somme des chiffres est un multiple de 3 : 4578 car 4+5+7+8 = <u>24</u>.
4	Les deux derniers chiffres forment un multiple de 4 : 1532 car <u>32</u>.
5	Se terminer par 0 ou 5.
6	Être divisible à la fois par 2 et par 3.
9	La somme des chiffres est un multiple de 9 : 50427 car 5+0+4+2+7 = <u>18</u>.
10	Se terminer par 0.
11	Les sommes des chiffres en rangs pairs et impairs diffèrent d'un multiples de 11 : 938047 car (9+8+4) − (3+0+7) = <u>11</u>.

L'intersection $\mathcal{D}(a) \cap \mathcal{D}(b)$ est formée des diviseurs <u>communs</u> à a et b. Le plus grand d'entre eux est le <u>PGCD</u> de a et b.

<u>PROPRIÉTÉ</u> : si d est un diviseur de a, alors $\frac{a}{d}$ est un diviseur de a.

④ Nombres premiers

<u>DÉFINITION</u> : on dit qu'un entier naturel est un <u>nombre premier</u> lorsqu'il est divisible uniquement par lui-même et par 1.

Remarques :

i) par convention, 1 <u>n'est pas</u> un nombre premier ;

ii) il y a une <u>infinité</u> de nombres premiers : 2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; 29; 31; 37; 41; 43; 47; 53; 59; 61; 67; 71; 73; 79; 83; 89; 97; 101; ...