1$^{\text{ère}}$ GÉNÉRALE — ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ — 2023/2024

CAHIER DE VACANCES

Réveillons

au menu (quarante-cinq minutes par jour) :

Jour 1

ÉQUATIONS DE DROITES

LISTE DE LECTURE
Serge Prokofiev,
Concerto pour piano n°3, opus 26

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $\left(\mathrm{O}\,;\,\vec{\imath}\,;\,\vec{\jmath}\right)$. On considère trois nombres réels a, b et c, les deux premiers (a et b) n'étant pas tous les deux nuls. L'ensemble des points $(x\,;\,y)$ qui vérifient l'équation

$$ax + by + c = 0$$

est une droite. Lorsque $a = 0$, l'équation se réduit à $by + c = 0 \iff y = -c/b$, et donc la droite est *horizontale* (elle est constituée de tous les points situés à l'ordonnée $-c/b$). Lorsque $b = 0$, l'équation se réduit à $ax + c = 0 \iff x = -c/a$, et donc la droite est *verticale* (elle est constituée de tous les points situés à l'abscisse $-c/a$). Dans tous les autres cas, la droite est *oblique*.

Niveau 1

Exercice 1

On considère la droite d'équation $3x - 5y + 2 = 0$. On a $a = 3$, $b = -5$, donc la droite est oblique. Pour la tracer on aura besoin de deux points. On va voir deux méthodes dans cet exercice (mais il y en a beaucoup d'autres).

a) On choisit (arbitrairement) deux valeurs de x, et on calcule les valeurs correspondantes de y pour que l'équation soit satisfaite. Pour $x = 0$ quelle valeur de y obtient-on ? Et pour $x = 3$? Placer les deux points dans un repère et tracer la droite.

Ça commence donc ainsi : on remplace x par 0 dans l'équation, ce qui donne

$$3 \times 0 - 5y + 2 = 0 \quad\iff\quad -5y + 2 = 0 \quad\iff\quad 2 = 5y \quad\iff\quad \dots$$

b) Autre manière : on choisit (toujours arbitrairement) deux valeurs de y. Pour $y = 0$, quelle valeur de x obtient-on ? Et pour $y = 5$? Tracer les points correspondants dans un repère, et tracer la droite. Vérifier qu'on obtient la même.

Exercice 2

Si deux droites ne sont pas parallèles (on verra plus tard comment le savoir à partir de leurs équations), elles se coupent en un point. Pour trouver les coordonnées de ce point, on résout le système formé par les équations des deux droites.

Trouver les coordonnées du point d'intersection de $\mathscr{D}_1 : 2x + 5y - 4 = 0$ et $\mathscr{D}_2 : 4x - y + 7 = 0$. Tracer ces droites et vérifier la cohérence entre la réponse et le dessin.

Niveau 2

Lorsqu'une droite n'est pas verticale (c'est-à-dire $b \neq 0$), on peut mettre son équation sous la forme

$$ax + by + c = 0 \quad \Leftrightarrow \quad y = \frac{-ax - c}{b} \quad \Leftrightarrow \quad y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}.$$

En posant $m = -a/b$ et $p = -c/b$ on obtient $y = mx + p$, c'est ce qu'on appelle l'*équation réduite* de la droite. Le nombre m s'appelle son *coefficient directeur*, et p son *ordonnée à l'origine*.

Question 1 — Vérifier que p est l'ordonnée du point d'intersection entre la droite $\mathscr{D} : ax + by + c = 0$ et l'axe des ordonnées.

Question 2 — Soient $\mathrm{A}(x_\mathrm{A}\,;\, y_\mathrm{A})$ et $\mathrm{B}(x_\mathrm{B}\,;\, y_\mathrm{B})$ deux points de la droite $\mathscr{D} : ax + by + c = 0$. On suppose que $x_\mathrm{A} \neq x_\mathrm{B}$. Démontrer la formule du coefficient directeur :

$$m = \frac{y_\mathrm{B} - y_\mathrm{A}}{x_\mathrm{B} - x_\mathrm{A}}.$$

Ça commence ainsi : puisque $x_\mathrm{A} \neq x_\mathrm{B}$, la droite $\mathscr{D}$ passe par deux points qui ne sont pas à la même abscisse. Elle ne peut donc pas être verticale, et elle admet donc une équation réduite $y = mx + p$, satisfaite par les coordonnées des deux points : $y_\mathrm{A} = mx_\mathrm{A} + p$ et $y_\mathrm{B} = mx_\mathrm{B} + p$. En soustrayant membre à membre, on obtient

$$y_\mathrm{B} - y_\mathrm{A} = (mx_\mathrm{B} + p) - (mx_\mathrm{A} + p) \quad \Leftrightarrow \quad \ldots$$

Question 3 — Trouver une équation de la droite passant par $\mathrm{A}(-1\,;\,3)$ et $\mathrm{B}(4\,;\,2)$. On commencera par justifier qu'elle n'est pas verticale, on calculera son coefficient directeur m, puis on en déduira p en exploitant, par exemple, $y_\mathrm{A} = mx_\mathrm{A} + p \;\Leftrightarrow\; p = y_\mathrm{A} - mx_\mathrm{A}$.

Niveau 3

Question 4 — Soient $\mathscr{D} : ax + by + c = 0$ et $\mathscr{D}' : a'x + b'y + c' = 0$. Démontrer que $\mathscr{D}$ et $\mathscr{D}'$ sont parallèles si et seulement si $a \times b' - a' \times b = 0$.

Question 5 — Lorsque ces droites ne sont pas verticales, comment se traduit cette relation avec les coefficients directeurs m et m' ?

Jour 2

SUITES ARITHMÉTICO-GÉOMÉTRIQUES ET PRÊTS

LISTE DE LECTURE
Ariana Grande,
Sweetener

On appelle ainsi les suites (u_n) qui satisfont une relation de récurrence de la forme $u_{n+1} = au_n + b$, avec a et b deux coefficients donnés.

Niveau 1

Question 1 — Que se passe-t-il lorsque $a = 1$? La réponse commence par « Harry » et finit par « tic ».

À partir de cet instant, et jusqu'à la fin du document, on suppose que $a \neq 1$. On souhaite trouver une formule *explicite*, c'est-à-dire qui donne u_n en fonction de n, sans avoir à calculer tous les termes précédents.

Question 2 — Résoudre l'équation $\omega = a\omega + b$, d'inconnue ω.

Question 3 — Exemple : trouver ω pour $u_{n+1} = 3u_n - 5$. Quelle suite obtient-on si l'on démarre par $u_0 = 2{,}5$?

Question 4 — On revient au cas général : démontrer que la suite (v_n) définie par $v_n = u_n - \omega$, où ω est la solution de l'équation $\omega = a\omega + b$, est géométrique.

Et ça commence ainsi : on a $v_{n+1} = u_{n+1} - \omega$, c'est-à-dire

$$v_{n+1} = au_n + b - \omega.$$

Puisque $\omega = a\omega + b$, on peut remplacer ω par $a\omega + b$ dans la relation ci-dessus, ce qui donne

$$v_{n+1} = au_n + b - (a\omega + b) = \dots$$

Question 5 — En déduire que pour tout indice n on a

$$u_n = \left(u_0 - \frac{b}{1-a}\right) \times a^n + \frac{b}{1-a}.$$

Niveau 2

On emprunte une somme S à la banque, qu'on rembourse par mensualités fixes m, avec un taux annuel t (ce qui signifie que chaque mois, la somme restant à rembourser est augmentée du taux $t/12$). On note u_n la somme qui reste à rembourser au début du mois n, à partir de $n = 0$. On a donc $u_0 = \mathrm{S}$.

Question 6 — Justifier que $u_{n+1} = u_n \times \left(1 + \frac{t}{12}\right) - m$.

Question 7 — En utilisant les formules de la première partie, en déduire que, tant que l'on n'a pas entièrement remboursé, on a

$$u_n = \left(\mathrm{S} - \frac{12m}{t}\right) \times \left(1 + \frac{t}{12}\right)^n + \frac{12m}{t}.$$

Question 8 — Quel doit être le signe de $\mathrm{S} - 12m/t$ pour qu'il soit possible de rembourser le prêt ? Justifier la réponse.

Niveau 3

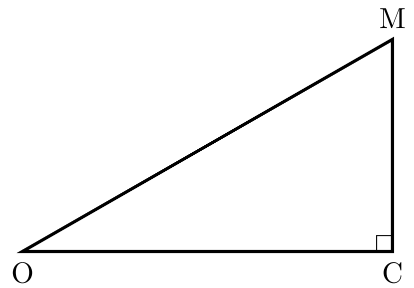
Question 9 — Écrire un programme `SimulerPrêt(S, m, t)` qui en fonction de la somme S, de la mensualité m et du taux t, calcule : d'une part, la durée (en nombre de mois) du remboursement, et d'autre part la somme des intérêts perçus par la banque (c'est-à-dire la différence entre tout ce qui a été versé chaque mois et la somme S initialement empruntée). On prendra garde au fait que la dernière mensualité est, sauf hasard extraordinaire, inférieure à m.

Jour 3
TRIGONOMÉTRIE DANS LE TRIANGLE RECTANGLE

LISTE DE LECTURE
Élisabeth Jacquet - de la Guerre,
Suite en ré mineur

Niveau 1

On considère un triangle OCM rectangle en C.



Le théorème de Thalès dit que si un autre triangle a des côtés dont les longueurs sont proportionnelles à celles de OCM, alors il a les mêmes angles. Ceci signifie que la mesure de l'angle $\widehat{\mathrm{O}}$, par exemple, peut se calculer à partir des rapports de longueurs OC/OM, MC/OM et MC/OC. Les fonctions cosinus, sinus et tangente permettent de passer des angles à ces rapports, selon les règles suivantes :

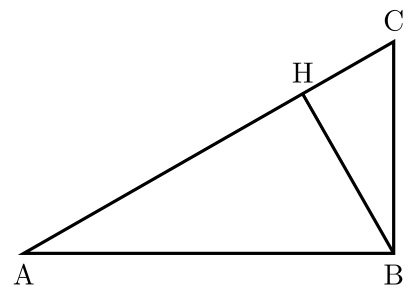
$$\cos \widehat{\mathrm{O}} = \frac{\mathrm{OC}}{\mathrm{OM}}, \qquad \sin \widehat{\mathrm{O}} = \frac{\mathrm{CM}}{\mathrm{OM}} \qquad \text{et} \qquad \tan \widehat{\mathrm{O}} = \frac{\mathrm{CM}}{\mathrm{OC}}.$$

Les fonctions arc cosinus, arc sinus et arc tangente permettent quant à elles de retrouver la mesure de l'angle à partir des rapports :

$$\mathrm{mes}\left(\widehat{\mathrm{O}}\right) = \arccos\left(\frac{\mathrm{OC}}{\mathrm{OM}}\right) = \arcsin\left(\frac{\mathrm{CM}}{\mathrm{OM}}\right) = \arctan\left(\frac{\mathrm{CM}}{\mathrm{OC}}\right).$$

Exercice 1

On considère un triangle ABC rectangle en B. Le point H est le projeté orthogonal de B sur (AC). On donne $\mathrm{AB} = 7\,\mathrm{cm}$ et $\mathrm{BC} = 4\,\mathrm{cm}$.



a) Calculer la mesure de $\widehat{\mathrm{BAH}}$.

b) En déduire AH.

c) Puis HB.

d) Calculer HC de *trois* manières différentes : avec la trigonométrie, avec le théorème de Pythagore, avec les aires.

Niveau 2

On considère un triangle ABC rectangle en A.

Question 1 — Que vaut $\mathrm{BC} \times \cos \widehat{\mathrm{B}}$?

Question 2 — Et $\mathrm{BC} \times \sin \widehat{\mathrm{B}}$?

Question 3 — Que vaut $\mathrm{AB}^2 + \mathrm{AC}^2$?

Question 4 — En déduire la relation $\left(\cos \widehat{\mathrm{B}}\right)^2 + \left(\sin \widehat{\mathrm{B}}\right)^2 = 1$.

Niveau 3

Question 5 — Existe-t-il un angle α pour lequel on a $\cos(\alpha) = \sin(\alpha)$?

Jour 4

ÉQUATIONS ET INÉQUATIONS AVEC DES VALEURS ABSOLUES

LISTE DE LECTURE
Superbus,
Wow

Niveau 1

On commence par le cas facile : un membre ne dépend pas de x. On utilise les règles suivantes : lorsque $k \geqslant 0$ on a les équivalences

$$|f(x)| = k \quad \Leftrightarrow \quad f(x) = k \quad \text{ou} \quad f(x) = -k$$

$$|f(x)| \leqslant k \quad \Leftrightarrow \quad -k \leqslant f(x) \leqslant k$$

$$|f(x)| < k \quad \Leftrightarrow \quad -k < f(x) < k$$

et lorsque $k < 0$ les équations/inéquations à gauche n'ont pas de solution.

Exercice 1

Résoudre les équations et inéquations suivantes :

a) $|x+2| = 5$,
b) $|3x-4| = 2$,
c) $|x^2+x+1| = 6$,
d) $|4x-5| \leqslant 3$.

Niveau 2

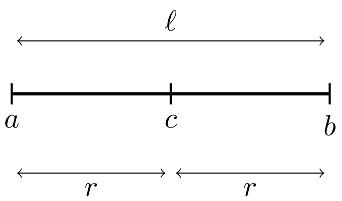
On passe aux intervalles. On rappelle que $x \in [a\,;\,b]$ signifie $a \leqslant x \leqslant b$. La quantité

$$c = \frac{a+b}{2}$$

s'appelle le *centre* de l'intervalle, $\ell = b - a$ est son *amplitude* (ou sa *longueur*), et

$$r = \frac{b-a}{2}$$

est son *rayon*. On a les relations $a = c - r$ et $b = c + r$.



Question 1 — Démontrer que $|x - c| \leqslant r$ est équivalent à $a \leqslant x \leqslant b$.

Question 2 — Reconnaître le centre et le rayon de l'intervalle décrit par l'inéquation $|x-4| \leqslant 1$.

Question 3 — Même question pour l'inéquation $|x+3| \leqslant 2$.

Niveau 3

Dans le cas général, on résout les équations ou inéquations avec des valeurs absolues en *calculant* les valeurs absolues. Prenons un exemple (sans équation pour le moment) : $f(x) = |x+2| - |3x+4|$. On dresse le tableau de signes des quantités qui apparaissent dans les valeurs absolues.

On a $x+2=0 \Leftrightarrow x=-2$ et $3x+4=0 \Leftrightarrow x=-4/3$. Les deux fonctions affines sont croissantes, donc elles sont d'abord négatives, puis positives.

x	$-\infty$		-2		$-\frac{4}{3}$		$+\infty$
$x+2$		$-$	0	$+$		$+$	
$3x+4$		$-$		$-$	0	$+$	

Ainsi, lorsque $x \in]-\infty\,;-2]$ on a

$$f(x) = (-(x+2)) - (-(3x+4)) = -x-2+3x+4 = 2x+2,$$

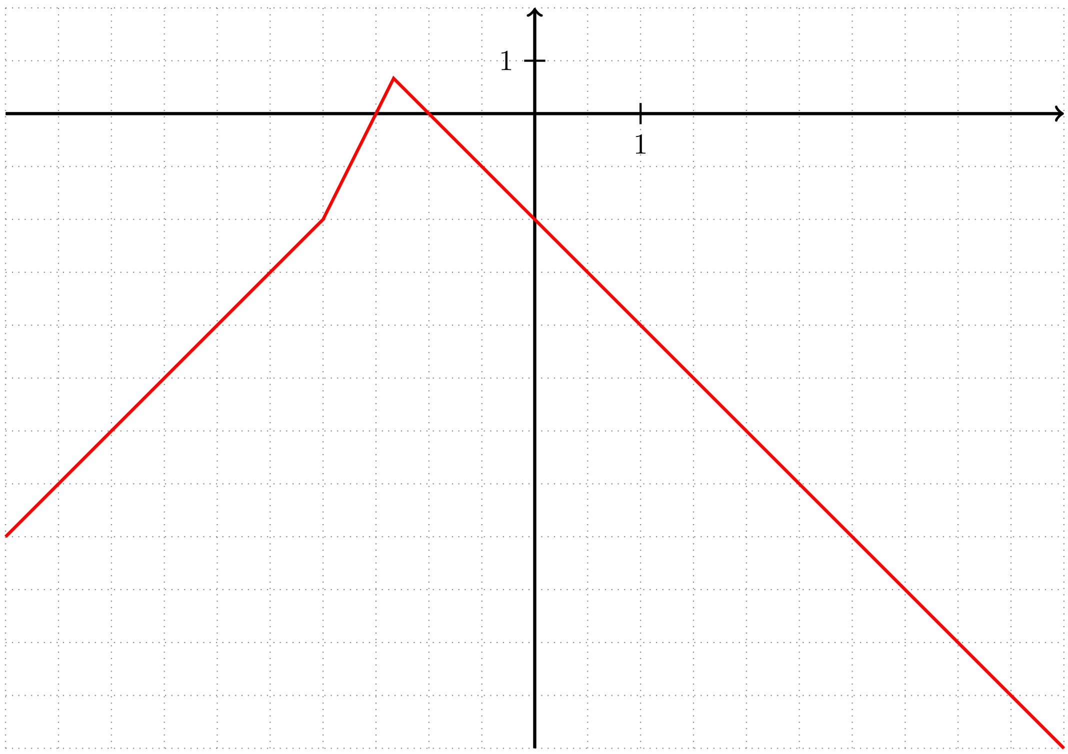
lorsque $x \in [-2\,;-4/3]$ on a

$$f(x) = (+(x+2)) - (-(3x+4)) = x+2+3x+4 = 4x+6,$$

et lorsque $x \in [-4/3\,;+\infty[$ on a

$$f(x) = (+(x+2)) - (+(3x+4)) = x+2-3x-4 = -2x-2.$$

Ce qui permet de tracer la courbe.



Question 4 — Résoudre *graphiquement* l'équation $f(x) = -2$.

Question 5 — Résoudre algébriquement cette fois (même si l'on pourra s'aider de la courbe pour vérifier) l'inéquation $|x + 2| + |3x + 4| \geqslant -2$.

Question 6 — Résoudre l'équation $|x + 2| + |3x + 4| = x$.

JOUR 5

VECTEURS

LISTE DE LECTURE
Anoushka Shankar,
Boat To Nowhere – Secret Heart – Dancing In Madness – Stolen Moments

Le plan est (comme bien souvent) rapporté à un repère orthonormé $\left(\mathrm{O}\,;\,\vec{\imath}\,;\,\vec{\jmath}\right)$.

NIVEAU 1

On rappelle que si $\mathrm{A}(x_\mathrm{A}\,;\,y_\mathrm{A})$ et $\mathrm{B}(x_\mathrm{B}\,;\,y_\mathrm{B})$ sont deux points du plan, alors le vecteur $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ a pour coordonnées

$$\begin{pmatrix} x_\mathrm{B} - x_\mathrm{A} \\ y_\mathrm{B} - y_\mathrm{A} \end{pmatrix}.$$

Exercice 1

Soient $\mathrm{A}(1\,;\,-3)$ et $\mathrm{B}(-4\,;\,-2)$, et soit $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$.

a) Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$.

b) Calculer les coordonnées du point C tel que $\overrightarrow{\mathrm{AC}} = \vec{u}$. Ce qui veut dire qu'il faut résoudre l'équation

$$\begin{pmatrix} x_\mathrm{C} - x_\mathrm{A} \\ y_\mathrm{C} - y_\mathrm{A} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{\vec{u}} \\ y_{\vec{u}} \end{pmatrix}$$

après avoir (évidemment) remplacé tout ce qu'on connaît. Et on connaît presque tout.

c) Calculer les coordonnées du point D qui fait de ABCD un parallélogramme. On rappelle que ceci signifie qu'on a $\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \overrightarrow{\mathrm{DC}}$, attention à l'ordre des lettres.

NIVEAU 2

On dit que deux vecteurs sont *colinéaires* si l'un des deux est un multiple de l'autre. Cela revient à dire que leurs coordonnées sont proportionnelles :

$$\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix} \quad \text{sont colinéaires} \qquad \Leftrightarrow \qquad x \times y' - x' \times y = 0.$$

Question 1 — Soient $\mathrm{A}(1\,;\,1)$, $\mathrm{B}(-2\,;\,3)$ et $\mathrm{C}(4\,;\,-2)$. Les vecteurs $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ sont-ils colinéaires ?

Question 2 — On garde A et B comme précédemment. Déterminer y tel que $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{AD}}$ sont colinéaires, sachant que $\mathrm{D}(5\,;\,y)$.

Question 3 — On revient à une situation générale. On considère trois points A, B et C, tels que $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ sont colinéaires. Démontrer que $\overrightarrow{\mathrm{BA}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{BC}}$ sont eux aussi colinéaires.

Niveau 3

On considère une droite $\mathscr{D}$ d'équation $ax + by + c = 0$. Et sur cette droite, on choisit deux points A et M. Ce qui veut dire qu'on a

$$ax_{\mathrm{A}} + by_{\mathrm{A}} + c = 0$$

et

$$ax_{\mathrm{M}} + by_{\mathrm{M}} + c = 0.$$

Si on soustrait membre à membre les deux équations, on obtient

$$a(x_{\mathrm{M}} - x_{\mathrm{A}}) + b(y_{\mathrm{M}} - y_{\mathrm{A}}) = 0.$$

Soit $\overrightarrow{u}$ le vecteur de coordonnées $\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$. La relation ci-dessus dit que $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{\mathrm{AM}}$ sont colinéaires.

Question 4 — Oui, mais pourquoi ?

La relation de colinéarité est transitive : si $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires, et si $\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{w}$ le sont également, alors $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{w}$ sont colinéaires.

Question 5 — En déduire que si l'on prend trois points A, B et C sur une même droite $\mathscr{D}$, alors $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ sont colinéaires.

Question 6 — Réciproquement, démontrer que si $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ sont colinéaires, alors A, B et C sont alignés.

Question 7 — Démontrer ce qui a été affirmé plus haut : que la relation de colinéarité est transitive. C'est-à-dire : on prend trois vecteurs

$$\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad \overrightarrow{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{w}\begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix},$$

et on suppose que $xy' - x'y = 0$ et $x'y'' - x''y' = 0$. Il faut démontrer que $xy'' - x''y = 0$.

Jour 6

TOILES D'ARAIGNÉES

LISTE DE LECTURE
Sophie and the Giants,
We own the night – In the dark – Break the silence – The light – Hypnotized

Niveau 1

Cette première partie est indépendante des deux autres. On rappelle ici comment représenter une suite à l'aide d'un nuage de point. Il s'agit, pour une suite quelconque $(u_n)_{n\geqslant 0}$, de dessiner, dans un repère orthogonal, les points de coordonnées $(n\,;\,u_n)$.

Essayons avec la suite de Fibonacci $(\mathrm{F}_n)_{n\geqslant 0}$ définie par les deux premiers termes $\mathrm{F}_0 = 0$, $\mathrm{F}_1 = 1$ et la relation de récurrence $\mathrm{F}_{n+2} = \mathrm{F}_{n+1} + \mathrm{F}_n$. Voici un programme qui construit et renvoie la liste [F_0, F_1, F_2, ..., $\mathrm{F}_{n_{\max}}$], pour un certain indice $n_{\max}$ qu'on donne en entrée du programme.

```
def SuiteFibonacci(n_max) :
    F = [0, 1] + [None] * (n_max - 1)
    for n in range(0, ...) :
        F[n + 2] = ...
    return F
```

```
>>> SuiteFibonacci(20)
[0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987,
 1597, 2584, 4181, 6765]
```

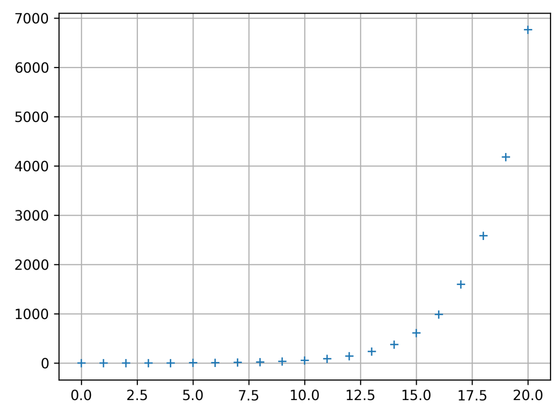
Question 1 — Si l'on calcule les termes de l'indice 0 à l'indice $n_{\max}$ inclus, combien cela fait-il de termes en tout ?

Question 2 — Le programme initialise la liste qu'il va construire de la manière suivante : `[0, 1, None, None, None, ..., None]`, en la prévoyant de la bonne longueur. Justifier qu'il faut bien $n_{\max} - 1$ fois la valeur `None` pour qu'il y ait le bon nombre de cases.

Question 3 — Compléter le programme.

Alors voilà comment on dessine.

```
>>> from matplotlib.pyplot import grid, plot, show
>>> n_max = 20
>>> absc = list(range(0, n_max + 1))
>>> ords = SuiteFibonacci(n_max)
>>> plot(absc, ords, "+") ; grid(True) ; show()
```



Niveau 2

Maintenant et jusqu'à la fin, on considère des suites définies par des relations de récurrence de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$, avec $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ une fonction donnée.

La représentation *en toile d'araignée* consiste à dessiner, dans un même repère orthogonal, trois choses : la droite d'équation $y = x$, la courbe représentative de f, et une ligne brisée $\mathrm{A}_0\mathrm{B}_0\mathrm{A}_1\mathrm{B}_1\mathrm{A}_2\mathrm{B}_2\ldots\mathrm{A}_{n_{\max}}\mathrm{B}_{n_{\max}}$ avec $\mathrm{A}_0(u_0\,;0)$, $\mathrm{A}_1(u_1, u_1)$, $\mathrm{A}_2(u_2, u_2)$, etc. (attention à l'irrégularité pour A_0), et $\mathrm{B}_0(u_0\,; u_1)$, $\mathrm{B}_1(u_1\,; u_2)$, etc..

Et voici le programme qui fait ça.

```python
from numpy import linspace
def ToileDAraignée(f, u0, nmax) :
    # Toile
    absc = [u0, u0] ; u = f(u0) ; ords = [0, u]
    for n in range(1, nmax + 1) :
        absc.append(u) ; absc.append(u) ; ords.append(u)
        u = f(u)
        ords.append(u)
    plot(absc, ords, linewidth = 2, color = "red")
    # Calcul de la fenêtre
    xmin = min(absc) - 0.5 ; xmax = max(absc) + 0.5
    # Droite y = x
    absc = [xmin, xmax] ; ords = [xmin, xmax]
    plot(absc, ords, ":", color = "black")
    # Courbe représentative de f
    absc = linspace(xmin, xmax, 1000)
    ords = [f(x) for x in absc]
    plot(absc, ords, color = "black") ; grid(True) ; show()
```

Question 4 — Justifier l'ordre dans lequel sont effectuées les opérations à l'intérieur de la boucle.

On regarde l'une des suite de Héron, qui correspondent à la relation de récurrence

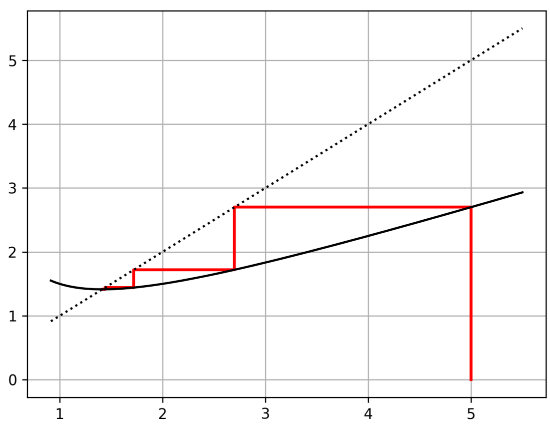
$$u_{n+1} = \frac{u_n}{2} + \frac{d}{2u_n},$$

avec $d > 0$, et on choisit $d = 2$ pour cet exemple. On part de $u_0 = 5$.

Question 5 — Si on écrit $u_{n+1} = f_1(u_n)$, comment faut-il définir f_1 en Python ?

```python
def f1(x) :
    return ...
```

```python
>>> ToileDAraignée(f1, 5, 10)
```



Question 6 — Quelle semble être la limite de la suite ?

Niveau 3

On regarde maintenant l'une des suites logistiques, qui correspondent à la relation de récurrence

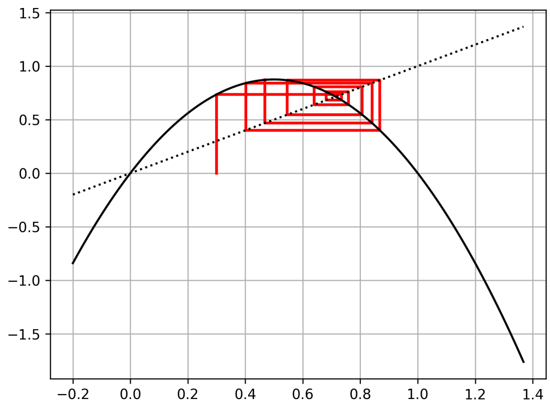
$$u_{n+1} = \mu \times (u_n - u_n^2),$$

avec $\mu \in [0\,;\,4]$, et on choisit $\mu = 3{,}5$ pour cet exemple. On part de $u_0 = 0{,}3$.

Question 7 — Si on écrit $u_{n+1} = f_2(u_n)$, comment faut-il définir f_2 en Python ?

```
def f2(x) :
    return ...
```

```
>>> ToileDAraignée(f2, 0.3, 10)
```



Question 8 — Cette suite semble-t-elle avoir une limite ?